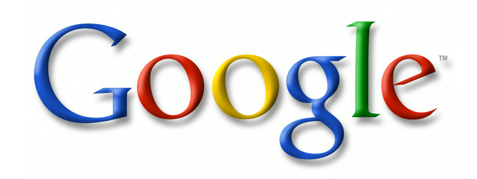
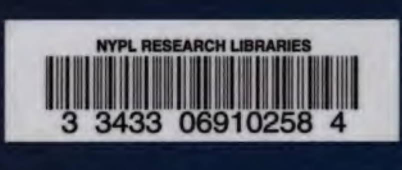
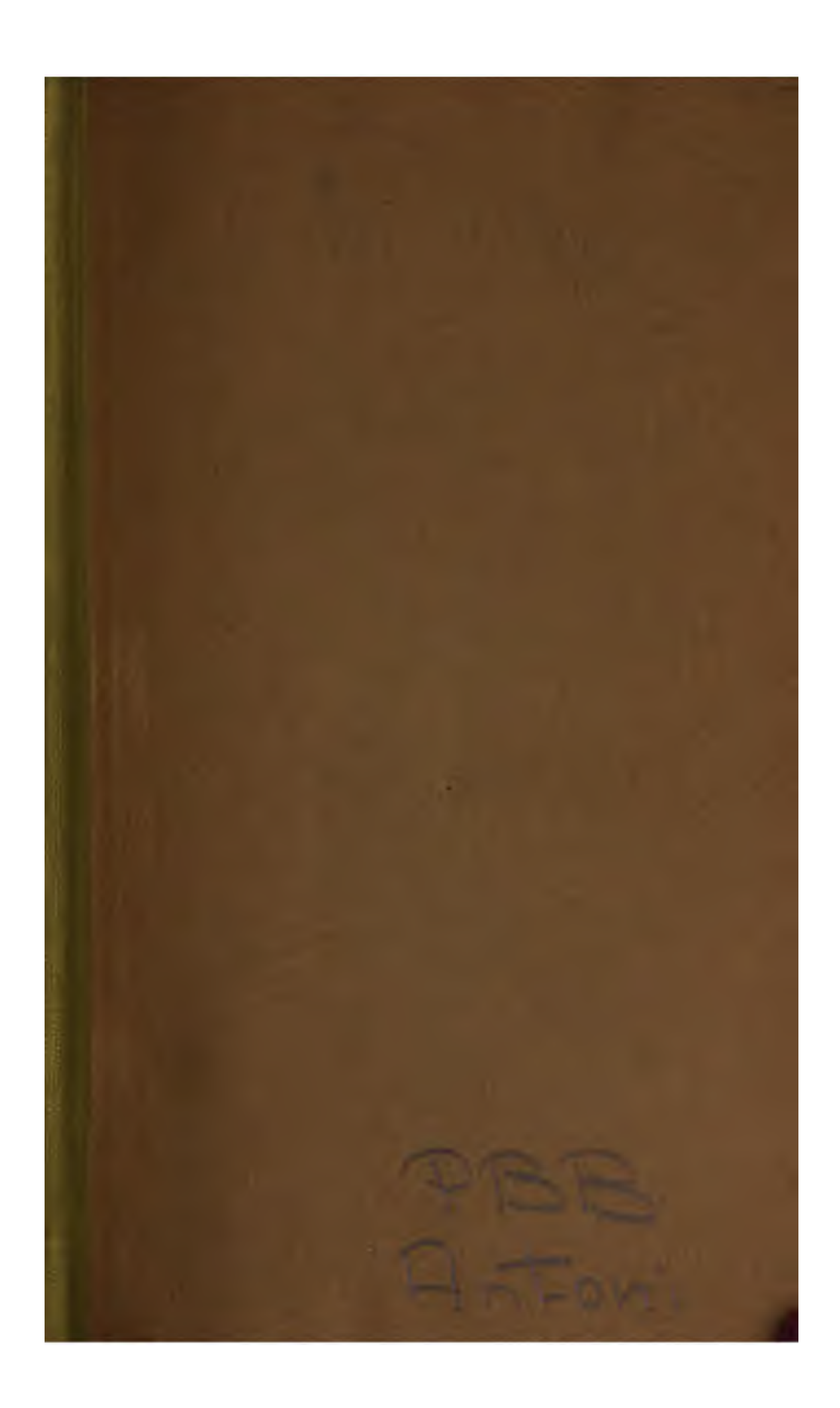



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06910258 4




PBB
Antoni




PBB
Antoni

INSTITUTIONS
PHYSICO-MECHANIQUES

À L'USAGE

DES ÉCOLES ROYALES

D'ARTILLERIE ET DU GENIE

DE TURIN.

Traduites de l'Italien de MR. D'ANTONI
Par Mr. * * * Chevalier de St. Louis, & Major
Chef de Brigade du Corps Royal
de l'Artillerie.

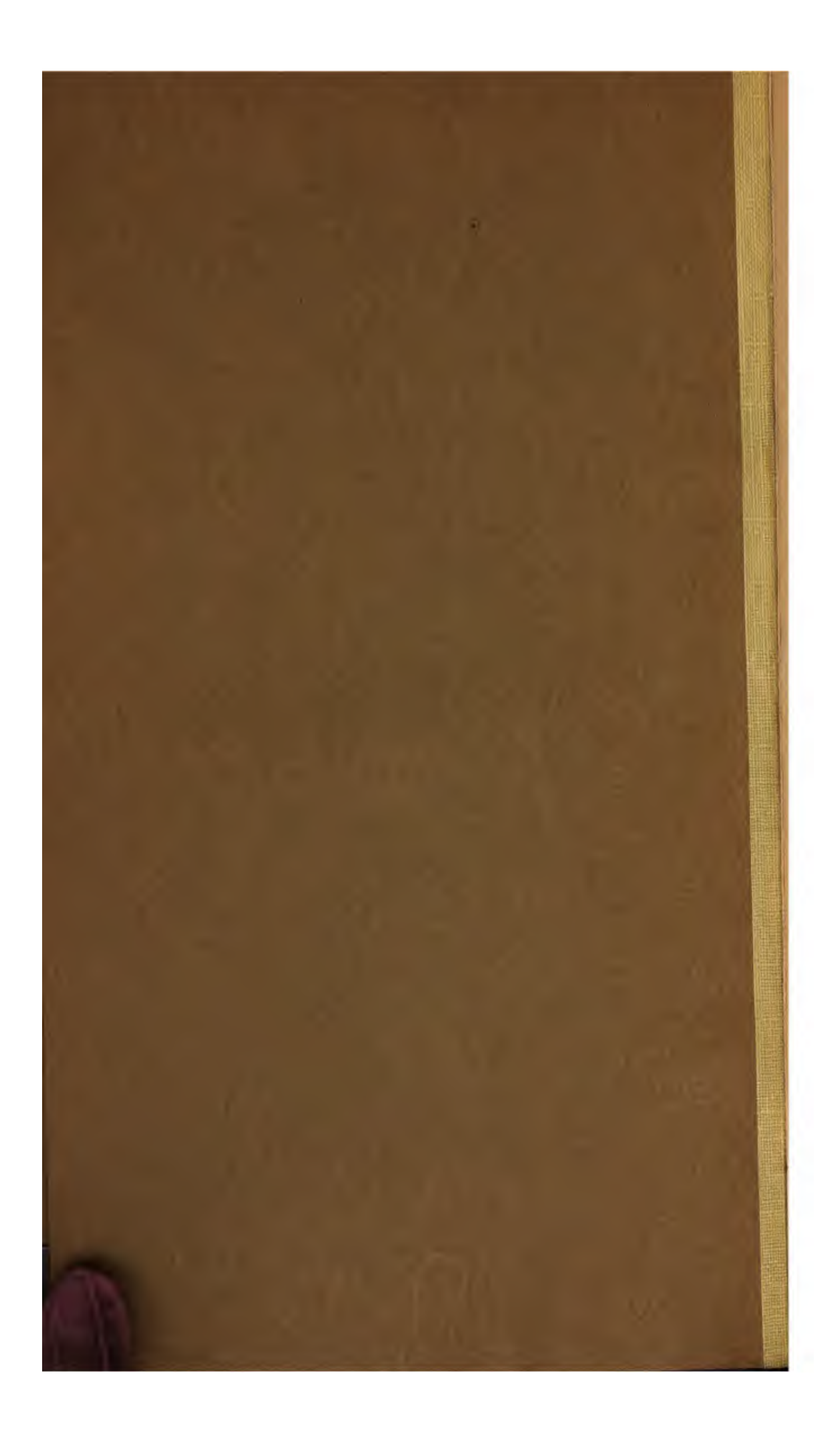
TOME PREMIER.



A STRASBOURG
Chez BAUER & TREUTTEL, Libraires.
ET SE VEND A PARIS
Chez DURAND NEVEU, Libraire, rue Gallande.

MDCCLXXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.



l'application de ces ſciences aux différentes branches de notre art.

Ces Inſtitutions Phyſico - Méchaniques correſpondent parfaitement au plan d'inſtructions, qu'on a voulu établir dans nos écoles depuis la paix.

Le premier volume commence par un expoſé clair & ſuccinct des vérités phyſiques; l'auteur y préſente les regles de NEWTON; il y joint leur développement fondé ſur des exemples capables de les faire paroître ſucceſſivement, & de frapper par leur utilité ceux pour qui ils étoient faits. Des connoiſſances Phyſico - Chymiques viennent à la ſuite; cette branche de phyſique expérimentale n'eſt pas la moins utile à l'officier d'artillerie.

La Statique eſt réduite au plus petit eſpace; elle contient cependant les principes les plus en uſage, & ſur-tout une partie phyſico-mathématique très-utile pour nous; c'eſt l'application d'expériences faites ſur l'adhéſion des corps, tant à l'égard de la nature de

ces corps, que relativement à leur figure : il ſe trouve auſſi dans la Dynamique une autre application des mêmes principes, mais dépendante de la nature de la force appliquée au corps. On y trouvera les évaluations de la force d'un fluide élaſtique, qui ſe détend dans un cylindre, une ſphere &c., & qui exerce ou ſon action entiere, comme dans la bombe, ou partie de ſon action, comme dans les armes à feu. On y trouve, d'après les expériences, les éléments néceſſaires pour calculer les épaiſſeurs, qu'il faut donner aux canons & autres bouches à feu, pour réſiſter aux efforts, auxquels on les deſtine.

La Dynamique eſt traitée avec plus de détail que la Statique ; ſes principes plus utiles doivent être plus développés ; ils le ſont de la maniere la plus avantageuſe.

1°. Elle a toute la célérité du calcul, puiſqu'effectivement toutes les grandeurs y ſont calculées. On y emploie à la vérité les calculs tranſcendants ; mais il eſt bien reconnu

aujourd'hui, que ce ſont les ſeuls qui ſoient applicables au mouvement général.

2°. Ce qu'on appelle échelle, eſt un moyen de mieux ſaiſir le rapport trouvé entre les quantités comparées, puisque cette courbe, ainſi que l'équation, expriment la relation entre des variables, & que c'eſt de cette relation, que dépend la véritable expreſſion de l'eſpece de mouvement. Elle ſoulage donc l'attention, & donne un moyen d'appreciation, qu'un commençant ne trouveroit pas encore dans les équations, quoique cela ſoit très-poſſible à quelqu'un de plus exercé.

Il étoit naturel de trouver ici la recherche de la viteſſe, que reçoit un corps de la part de la preſſion d'un fluide élaſtique, afin de l'appliquer à celle des projectiles militaires ; mais l'auteur n'ayant pas encore traité des fluides, a été obligé de s'interrompre, & de rejetter cette partie intéreſſante à la ſuite de la théorie qu'il en donne.

C'eſt d'après ces principes qu'il trouve la loi de réſiſtance des fluides, & par conſéquent

celle de l'air; ce qui le met à même d'évaluer la quantité, dont elle diminue la viteſſe du boulet dans les différents points de ſa trajectoire, & lui fournit de quoi déterminer la figure de cette trajectoire, ſi non exactement, du moins par approximation.

L'auteur ayant toujours pour objet de rendre ſon ouvrage utile à l'officier d'artillerie, n'échappe aucune occaſion d'appliquer la théorie aux parties qui le concernent, c'eſt ce que l'on voit à la fin du chapitre du choc des corps; il y compare d'une maniere auſſi ſimple qu'ingénieuſe la force du choc d'un boulet & d'un belier contre un mur, & en conclud la maniere de tirer contre les murs de fortifications.

L'examen des machines eſt diviſé, comme à l'ordinaire, en machines ſimples & machines compoſées, il réunit deux points de vue: l'état d'équilibre & l'état de mouvement. Ce qui concerne l'équilibre, eſt réduit à la plus grande ſimplicité. L'application du principe

général en présente un moyen très-connu ; mais les recherches sur les machines en mouvement demandoient plus de soin & de détail ; on trouve des évaluations sur le frottement & sur la roideur des cordes ; on trouve des formules simples ou au moins assez simplifiées pour l'application. Il est vrai, que l'on suppose, que l'angle, que la pression fait avec la surface frottante, est droit ; ce qui rend l'évaluation plus grande, qu'elle ne doit être. Cette différence surabondante en apparence, peut remplacer les négligences commises dans l'évaluation des frottements & autres résistances faites à l'aide de l'expérience.

Delà l'auteur passe de suite à l'évaluation des forces qu'on applique aux machines, pour les mettre en mouvement ; celles des animaux, & celles des fluides en mouvement : il rapporte sur ces objets les expériences, faites par lui & par d'autres, pour estimer les forces animales, celles pour découvrir la vitesse des eaux à l'aide de moyens

ſimples ou compoſés, ſuivant les cas. Ces réſultats joints à ce qui eſt dit dans l'Hydrodynamique, donnent l'expreſſion des forces. Mais comme toute machine eſt ſuſceptible de produire un *maximum* dans ſon effet, par la plus grande répétition d'un effet de grandeur moindre, il étoit néceſſaire de le déterminer. Sans ſuivre la route pénible des calculs, qui ramenent toujours à l'expérience, il y va directement par celle-ci, réſoud la queſtion ſur les roues à palettes & à augets, trouve avec une préciſion ſuffiſante les théorêmes de PARENT, en déduit la valeur de l'effet, les rapports entre la viteſſe de la roue & celle de l'eau, le moyen d'y ramener une machine déjà conſtruite, & préſente des réflexions très-utiles dans l'art d'en conſtruire de nouvelles. Il donne enfin dans cette partie un des plus beaux exemples, qu'on puiſſe choiſir, pour prouver que l'expérience entre les mains de l'homme de génie, eſt un moyen preſque auſſi certain que le calcul pour ré-

ſoudre quantité de queſtions, qui paroiſſent lui appartenir eſſentiellement.

Puiſſe cette traduction intéreſſer mes jeunes camarades! je ſais que le concours a valu au corps de l'artillerie un choix de ſujets rares & diſtingués par les reſſources de l'eſprit; j'en connois nombre capables de réſoudre non ſeulement les problêmes de la haute Géométrie; mais même de ſoumettre à la force de leurs combinaiſons les difficultés les plus épineuſes. J'engage ces bons eſprits à mettre en activité des dons ſi précieux pour l'état. Je ſouhaite auſſi qu'un miniſtere auſſi éclairé, que le nôtre, continue à favoriſer l'expérience; ſans l'expérience on marche en aveugle en Phyſique, on s'égare dans l'artillerie, & l'eſprit ſe perd dans des recherches ſublimes, qui l'éloignent du but. L'expérience ſeule peut aſſurer les données du Géometre, & fixer les réſultats du calcul capables d'éclairer la pratique.

On a fait un très-grand pas dans les ma-

chines de l'artillerie *), & ſi grand, qu'on peut affirmer que l'artillerie de France tient aujourd'hui le premier rang en Europe dans cette partie : c'eſt ce que mes ſervices chez nos alliés me permettent d'avancer. Une pareille révolution ſembloit annoncer un plan d'inſtitution vaſte & capable d'éclaircir les difficultés les plus importantes du métier ; mais on peut dire, qu'on ne l'a point encore porté au point où il pourroit être ; l'étranger paroît avoir pris cette partie à cœur : pourquoi ne l'imiterions - nous pas ? un choix d'expériences, amenées par une théorie ſimple & dirigées par des chefs éclairés, contribueroient beaucoup à perfectionner l'art, & pourroient influer ſur nos ſuccès à la guerre. C'eſt le vœu de l'officier, c'eſt celui du citoyen.

---

*) On entend par machines dans l'artillerie, les affuts, caiſſons, chariots, charrettes, haquets & attirails de toute eſpece, deſtinés à porter les armes & les munitions de l'artillerie. C'eſt aux lumieres & aux méditations des officiers du corps les plus conſommés dans cette partie, qu'on doit cette perfection ; mais c'eſt ſur - tout à Mr. DE MANSON, Lieutenant Colonel, Sous-Directeur de l'artillerie, & Directeur de l'arſenal de conſtruction à Strasbourg, qu'on doit l'enſemble d'un travail auſſi étendu dans ſes combinaiſons, que pénible par ſes détails.

ÉCLAIRCISSEMENTS ET OBSERVATIONS.

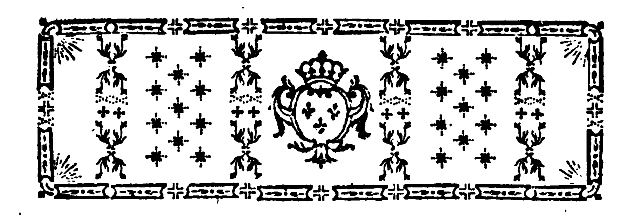
L'évaluation la plus exacte du pied Liprand comparée au pied de Roi, a été prise sur la différence du pendule de Turin à celui de Paris. On a préféré ce phénomene pour terme de comparaison, à ceux de la pression moyenne de l'athmosphere, & de la chûte des graves cités dans l'ouvrage, parce que l'action de la pesanteur est constante à chaque lieu.

Le pendule de Turin à 45 degrés de latitude est de 1 pied, 11 pouces, 3 lignes Liprand; le pendule de Paris est de 3 pieds, 0 pouce, 8 $\frac{57}{100}$ de ligne pied de roi. On a supprimé $\frac{7}{100}$ pour la différence de latitude sur la longueur du pendule de Paris à Turin, ce qui a donné pour le pied Liprand 1 pied, 6 pouces, 94623 de pouce Liprand ou 1 pied, 6 pouces, 11 lignes, 4 $\frac{24}{93}$ de point Liprand. On est parti de ce rapport pour l'évaluation des poids, en s'appuyant sur celle de 367 livres, poids de Turin pour le pied cube d'eau, & en le prenant pour 70 livres, poids de marc; ensorte que la livre de Turin vaut d'après cela 10 onces, 76947 d'once poids de marc, ou 10 onces, 6 gros, 11 $\frac{1288}{5747}$ de grain. Ainsi 100 liv. de Turin ne vaudroient que 67 $\frac{5}{16}$ de livre environ poids de marc, & 100 livres poids de marc 148 $\frac{604}{1077}$ de livre de Turin, & 100 livres d'Amsterdam 150 $\frac{1}{2}$ livres environ poids de Turin.



TABLE

des Matieres contenues dans ce premier volume.



DE LA PHYSIQUE.

La Philoſophie naturelle, qu'on nomme *Phyſique*, eſt la ſcience des choſes corporelles & matérielles: ſon objet eſt de décrire les apparences ou la ſucceſſion des phénomenes, d'en découvrir les cauſes, d'en meſurer les rapports, & de tâcher de connoître & le mécaniſme des corps, & l'harmonie qui les aſſemble.

2. La matiere ou le corps eſt un être ſolide, doué par conſéquent de trois dimenſions, il exclud tout du lieu qu'il occupe; cette ſeconde condition ſert à diſtinguer le corps de l'eſpace, car quoique ce dernier ait auſſi trois dimenſions, il eſt cependant modifié tout différemment quoiqu'il ſoit le receptacle des corps.

3. Les ſens nous apprennent qu'il exiſte un nombre innombrable de corps; c'eſt par eux que l'ame en perçoit les idées, n'étant pas capable par elle ſeule de connoître ni l'exiſtence de

tels êtres, ni ce qu'ils contiennent ; il lui faut nécessairement l'intervention du corps. Nous en avons la preuve vis-à-vis des aveugles nés, l'expérience nous apprend qu'ils n'ont aucune idée des couleurs; les sourds de naissance & ceux qui ont eu constamment le sens de l'odorat obstrus, sont dans le même cas, ils n'ont pas plus d'idée du son que des odeurs.

Cette réflexion nous fait sentir la nécessité d'employer les sens de préférence pour l'étude de cette science, en consultant immédiatement la nature: c'est par l'examen des premiers phénomenes qu'elle présente, & par le choix d'expériences suivies, qu'on peut pénétrer ses opérations intimes, & deviner ses secrets; c'est en la scrutant ainsi qu'on arrive à la connoissance des principes fondamentaux de la physique, & qu'on s'assûre des loix immuables qui en dirigent les phénomenes.

L'erreur & la confusion ont été pendant bien des siecles le caractere distinctif des qualités physiques, & les différentes sectes de philosophes n'ont servi qu'à faire de cette science une dispute continuelle, & un tissu vicieux de paroles. Les hommes dans ces tems reculés, aulieu d'examiner la nature de près, débitoient les premieres idées qui leur venoient dans l'esprit; on laissoit de côté les observations & les expériences, pour

y ſubſtituer de tems à autre des ſyſtemes, dont les mieux liés, en prouvant la merveilleuſe fécondité de leurs inventeurs, ne ſervoient en même tems qu'à reculer la connoiſſance de la vérité. Quiconque a pris goût aux vérités phyſiques, s'apperçoit aiſément, que mieux un ſyſteme eſt combiné, plus il doit être ſuſpect.

4. Les connoiſſances, qui nous viennent des ſens, ſont ſi imparfaites & ſi limitées, qu'il eſt impoſſible d'atteindre avec elles à un terme aſſez ſûr pour s'y arrêter. Mais ſi nous y joignons l'adreſſe & la pénétration, nos progrès ſeront alors d'autant plus complets, ſurtout ſi l'on peut employer la géométrie ſublime (le dernier effort de l'eſprit humain). Il s'enſuit de-là que lorſque les obſervations & les expériences nous ont conduit à une connoiſſance exacte des cauſes phyſiques, il convient alors de les étendre & de les perfectionner à l'aide du raiſonnement.

5. L'homme ſe trouve dans ce monde matériel placé, pour ainſi dire, au milieu de deux infinis, qui reſſerrant les limites de ſon imagination, lui cachent la majeure partie & le plus bel enſemble des opérations phyſiques ; telles ſont la vaſte étendue des cieux avec les grands corps qui y circulent, & les infiniment petits de la matiere : envain les microſcopes les plus fins & les plus perfectionnés viennent au ſecours des

yeux, le ſens le plus délié que nous ayons, la fineſſe des premiers éléments échappe à leur pénétration. C'eſt pourquoi nous devons commencer les expériences & les obſervations par les corps qui nous avoiſinent & qui ont plus d'analogie avec nos ſens, paſſer enſuite de ceux-là à ceux qui touchent immédiatement les premiers; & en employant ainſi beaucoup d'intelligence & de ſagacité, s'élever d'un côté juſqu'aux plus grands effets de la nature, & en deſcendre enſuite pour ſcruter les ſecrets juſque dans les plus petites cauſes, & revenir ſouvent ſur ſes pas, pour s'aſſurer, ſi le chemin, qu'on a pris, eſt ſolide & bien lié, & s'il n'eſt point chimérique ou imparfait. Si cette route paroît trop longue pour arriver à la contemplation des grandes beautés de la phyſique, elle eſt cependant la ſeule ſûre & la mieux proportionnée à nos forces. En effet les phénomenes de la nature ſont ſi cachés & ſi embrouillés, que ſouvent après beaucoup de fatigue & de patience, & maintes tentatives ſur les corps même les plus à notre portée, le réſultat nous apprend non ſeulement le peu de progrès que nous avons fait, mais encore l'inutilité de nos efforts; c'eſt alors qu'on déſeſpere d'en développer le mécaniſme.

6. Ou l'on ſe propoſe dans les obſervations, les expériences, & dans les raiſonnements qu'on

en déduit, de faire quelques nouvelles découvertes, ou de rencontrer les anciennes; dans l'un & l'autre cas on doit procéder avec une entiere liberté: je veux dire par-là, qu'il ne faut point se laisser subjuguer par l'autorité des écrivains; c'est le moyen d'acquérir de plus grandes lumieres, & d'augmenter la certitude & la perfection des connoissances acquises. Il faut cependant bien se garder d'abuser de cette liberté, soit en substituant des suppositions à la place des recherches, soit en imaginant des systemes, pour en déduire les idées que les sens transmettent à notre ame d'une maniere non équivoque.

Quoique les moyens proposés pour découvrir les principes fondamentaux de la physique, & les loix, selon lesquelles la nature opere, soient les seuls capables de nous mener au but, il arrive souvent malgré cela, qu'ils nous laissent dans l'incertitude & nous induisent en erreur; c'est pour l'éviter que nous ajouterons ici les principales regles, & les indications les plus sûres pour les bien employer.



CHAPITRE PREMIER.

Regles & indications pour bien raisonner & réussir en physique.

7. L'observation & l'expérience sont les deux premiers moyens nécessaires à l'étude de la physique (§. 3.), nous commencerons donc par en indiquer l'emploi.

On rapporte à l'observation l'étendue, la figure, les couleurs, les odeurs, le poids; en un mot tout ce qui (sans changer l'état des corps) sert à les distinguer, ainsi que les phénomenes qu'ils produisent. L'expérience embrasse toutes les opérations faites sur les corps pour en découvrir la substance, les propriétés, les symptomes, les effets & les rapports des phénomenes, & tout ce que l'observation seule ne peut pas deviner.

8. Il faut noter dans les observations tout ce qu'on apperçoit de distinct & de séparé dans le sujet que l'on examine, & afin que les premieres apparences ne nous trompent point & ne nous fassent point donner à gauche, on doit répéter les observations de différentes manieres, & confronter ensuite un à un les effets, qui en résultent, avec ceux de même espece précédem-

ment apperçus ; c'eſt ainſi qu'on parvient à diſtinguer avec ſûreté les nouvelles découvertes des anciennes, les phénomenes conſtants de ceux qui ne ſont que paſſagers, & qu'on démêle les cauſes, les propriétés, les ſymptomes & les loix déjà connues de celles qui ne le ſont pas ; comme auſſi la différence entre les loix générales & particulieres.

9. Quoique les expériences puiſſent être très-variées, ſoit dans le but de leurs recherches, ſoit dans la maniere de les faire, elles ſe réduiſent toutes néanmoins aux trois eſpeces ſuivantes, c'eſt-à-dire, aux expériences Phyſiques, Chymiques & Phyſico-Mécaniques-Géométriques.

Les expériences phyſiques embraſſent les opérations ſimples & qui n'ont point pour objet la transformation ou la deſtruction des corps.

On comprend dans les expériences chymiques les métamorphoſes des corps, ſoit en analyſant les ſubſtances en petit, ſoit en combinant les éléments de la matiere pour produire les mixtes.

En un mot les expériences ſeront phyſico-géométriques, lorſqu'elles auront pour objet la qualité & la quantité de matiere réunie : comme par exemple dans les problemes d'alliage, & lorſqu'il eſt néceſſaire de marquer la ligne des métaux ſur le compas de proportion &c. Elles ſeront enfin phyſico-mécaniques lorſqu'indépendam-

ment de la qualité de la matiere il ſera queſtion d'examiner le mouvement & les loix d'après leſquelles il ſe manifeſte.

On peut rapporter à cette troiſieme eſpece, les expériences chymico-mécaniques; car quoique juſqu'à préſent elles n'aient pas été pouſſées bien avant, cependant les découvertes les plus rapprochées que l'on ait ſur l'affinité des différentes ſubſtances, démontrent qu'elles peuvent être analyſées par la géométrie & par la mécanique.

10. Il faut dans toutes les expériences commencer par s'aſſurer, autant qu'il eſt poſſible, de l'exactitude des opérations.

De plus comme on doit ſe ſervir de vaſes, de reſſorts, d'inſtruments, de machines & choſes ſemblables, il faut avant & après les expériences, en examiner l'état & la juſteſſe. Par exemple, ſi l'on a deux canons de fuſils parfaitement ſemblables & égaux, & qui ne different entr'eux que par la qualité de la matiere, & qu'on veuille découvrir au moyen des coups répétés celui des deux qui reſiſte le plus; comme il eſt néceſſaire, pour faire une confrontation exacte, d'employer des forces égales dans les deux canons, il faut donc s'aſſurer

1°. Que la poudre employée à les charger eſt de la même qualité & en égale quantité.

2°. Que les balances qui servent à peser la poudre de chaque charge sont exactes ;

3°. Que la poudre est disposée semblablement dans les deux canons ;

4°. Que la bourre est refoulée également à chaque salve, employant, pour s'en assurer, une force invariable, telle que seroit celle d'un poids ou de chose équivalente ;

5°. Que si le canon vient par hazard à crever, on examine, si la fracture est par lames ou si elle est chambrée ; si le métal est hétérogene ou marqué à de semblables défauts, qui rendent l'expérience incertaine ; ou bien si la matiere est homogene, également compacte par-tout, & telle en un mot qu'on puisse en conclure avec certitude en faveur de l'expérience.

11. Il convient en second lieu de réduire à la plus grande simplicité l'expérience ou son résultat. Veut-on connoître, par exemple, la vitesse, avec laquelle les boulèts de différents calibres sont chassés hors de leurs canons correspondants ? il faut prendre cette vitesse le plus près possible de la bouche de la piece, puisque le mouvement de la balle à ce point est le seul effet de la poudre enflammée, aulieu que si l'on déduit la vitesse de la longueur du tir, on tombe dans l'erreur, attendu que la longueur du tir est l'effet combiné de deux forces opposées, c'est-à-dire, de la poudre

enflammée & de la résistance que l'air oppose au mouvement de la balle; résistance dont l'effort se succede dans un rapport différent de la quantité de mouvement que la poudre imprime à la la balle; ajoutez à cela que vu la nécessité de donner (ce qu'on appelle) du vent à la balle, il en résulte souvent qu'elle sort de la piece avec une direction différente de celle, sous laquelle le canon a été pointé.

Il faudra une autre fois non seulement répéter l'expérience, mais en varier une circonstance de tems à autre, afin que les différents effets qui en résulteront nous menent à découvrir la cause de cette diversité. Veut-on, par exemple, connoître la meilleure maniere d'employer une espece de chaux déterminée, pour en obtenir la plus grande ténacité? comme l'observation journaliere nous apprend que le degré de ténacité nécessaire pour endurcir le ciment, vient autant de la qualité du sable, de la pierre & de l'eau, que du climat, du lieu & de la saison, auxquels on le fabrique, ainsi que de la maniere de lier les matéreaux qui le composent; il faudra donc en varier les mêlanges: les uns ne différeront que par la qualité du sable, les autres par la proportion de la chaux & du sable; on s'attachera dans d'autres à la qualité de la pierre, & répétant ainsi ses expériences, on variera tantôt la maniere de met-

tre en œuvre, tantôt on confrontera la chaux faite ſur un terrein humide avec celle faite ſur un terrein ſec, afin que par ces différentes combinaiſons on parvienne à diſtinguer avec ſûreté celle qui convient le mieux.

12. Il faut en troiſieme lieu que l'expérience ſoit faite avec telle circonſtance, qui puiſſe ou faire connoître ou donner au moins l'à-peu-près de ce qu'on cherche.

Les premieres découvertes ſur les qualités & les propriétés des corps ont été preſque toutes l'effet du hazard; mais depuis que les connoiſſances phyſiques ſe ſont étendues, les découvertes, qui les ont ſuivies, ont été le réſultat d'une grande ſagacité & d'une conduite judicieuſe à manier les expériences. C'eſt pourquoi nous devons commencer dans nos recherches à combiner de différentes manieres les cauſes déjà connues, à obſerver dans chaque combinaiſon ſéparée, ſi on peut y rencontrer le phénomene cherché, ou celui qui lui eſt analogue, ou qui en approche par quelque reſſemblance, ou bien déduire par une analogie exacte ce qui doit arriver dans chaque combinaiſon.

13. En quatrieme lieu toutes les fois qu'on ſera aſſuré de la méthode, du procédé & du ſuccès d'une expérience, il faudra bien ſe garder de s'arrêter à toutes les objections déduites de

principes ou de réflexions métaphyſiques, dont les apparences ſeroient contraires à l'expérience. Ceci cependant ne doit concerner que la qualité, la propriété & le mécaniſme des corps, & non leurs quantités.

14. Enfin tout réſultat d'expérience en contradiction avec une vérité connue paſſera néceſſairement pour erroné. Si on ne profite pas de cet avis, & qu'on exige toujours des faits concluants, non ſeulement les connoiſſances phyſiques les plus certaines que nous ayons, deviendront inutiles & vaines; mais il s'introduira encore dans cette ſcience une multiplicité de contradictions. En effet ſi l'on entortille un fil autour d'un cilindre, on trouvera la longueur du fil plus grande que 22 des 7 parties dans leſquelles on conçoit le diametre du cilindre diviſé, on ne devra pas être en doute ſur l'erreur de ce réſultat; car la géométrie nous démontre qu'une circonférence moindre que 22 de ces parties répond à ce diametre. Pareillement ſi deux ſolides ſemblables & de matiere en apparence homogene, ne ſe trouvent pas dans le rapport triplé de leurs côtés homologues après avoir été peſés, on devra conclure de-là qu'il s'eſt gliſſé quelque mépriſe en les peſant, ou que la matiere eſt hétérogene, ou qu'elle n'eſt pas également compacte par-tout.

15. Revenons à préſent à la méthode qu'on

doit ſuivre dans les expériences ; on obſervera qu'elle doit être variée, & que cette variété doit répondre à l'objet qu'on ſe propoſe d'examiner.

On peut réduire à trois claſſes principales toutes les recherches phyſico-mécaniques : la premiere a pour objet la découverte de quelque propriété des corps, ou l'examen de l'intérieur de leur texture, ou la production de quelque phénomene nouveau. La ſeconde conſiſte dans la recherche des cauſes de phénomenes déjà connus, & la troiſieme enfin tend à approfondir les loix d'après leſquelles les phénomenes ſe produiſent & ſe manifeſtent.

Quelle que ſoit celle de ces trois claſſes qu'on ſe propoſe d'examiner, non ſeulement on ne doit jamais s'écarter dans les expériences des regles données ; mais on obſerve de plus que lorſque les recherches feront de la ſeconde ou de la troiſieme claſſe, il ſera néceſſaire de s'aſſujettir encore plus particuliérement à la regle.

16. Veut-on tenter par l'expérience la découverte des cauſes de phénomenes déjà connus ; il faut s'aider à propos des deux méthodes de l'analyſe & de la ſyntheſe, commençant à s'aſſurer par la premiere de la déduction des cauſes par les effets, eſſayer enſuite, au moyen de la découverte de ces cauſes particulieres, d'en connoître de plus générales, & finalement s'élever de ces dernieres aux plus générales de toutes.

Après être ainſi parvenu à la découverte de ces cauſes, il faut en deſcendre dans l'ordre rétrograde, en examinant ces mêmes cauſes comme autant de principes intermédiaires propres à développer ou à prédire les phénomenes: car il eſt évident que ſi on néglige l'emploi des deux méthodes dans l'ordre qui leur eſt propre, non ſeulement on ſera perpétuellement dans l'incertitude ſur l'exiſtence de nos principes dans la nature, ainſi que ſur leur combinaiſon de la maniere indiquée; mais on ſera continuellement expoſé à ne recueillir, après maintes fatigues, que des ſonges & de pures illuſions, pour fruit de ſes recherches & de ſes méditations.

17. Finalement quand on cherche la loi qui produit un phénomene, ou cette production eſt ſimple de ſa nature, ou, ſi elle eſt compoſée, les circonſtances coïncidantes en feront conſtantes; alors une ſeule expérience ſuffira pour découvrir ce qu'on cherche. Comme, par exemple, lorſqu'il s'agit de meſurer le poids d'un corps: mais ſi deux ou pluſieurs circonſtances variables concourent à la production du phénomene, alors il eſt néceſſaire de répéter les expériences & les obſervations à pluſieurs repriſes, pour en déduire la loi ou la quantité que l'on cherche, pour tirer des effets un réſultat moyen. De cette eſpece ſont l'élaſticité de l'air, la force

de la poudre, l'adhéſion des corps &c. On doit dans ces expériences employer ſouvent la géométrie; il y a bien des manieres d'examiner les choſes en pareil cas. On ſentira mieux, à mon avis cette application par l'obſervation & l'uſage, que par les regles.

18. Reſte à ajouter en dernier lieu les regles pour raiſonner ſolidement en phyſique, & pour déduire les conſéquences des obſervations & des expériences faites à propos. Ces regles, qui nous viennent de Newton, ſont au nombre de trois.

La premiere conſiſte à n'admettre pour cauſe des phénomenes que celles qu'on ſera aſſuré être les véritables, & qui pourront ſervir à rendre raiſon de ces mêmes phénomenes. Et on ſera certain d'avoir découvert la vraie cauſe, lorsqu'elle aura les deux conditions ſuivantes.

La premiere lorsqu'on pourra démontrer, que tous les phénomenes d'une ſeule & même nature dépendent d'une même cauſe.

La ſeconde, que cette cauſe a force ſuffiſante, pour produire de ſemblables phénomenes.

Si la premiere condition ne peut ſe démontrer que dans un ou peu de phénomenes de la même nature, alors la cauſe ſera ſeulement probable, vraiſemblable & conjecturale; elle aura cependant ſes degrés de certitude; mais ils dépendront

du nombre des phénomenes capables de produire cette même cause.

19. A l'égard de la seconde condition énoncée au paragraphe précédent, il est clair qu'on ne devra absolument nommer cause productrice de phénomene, que celle qui aura force suffisante; & quant aux autres causes qui, quoique vraies, concourent seulement en partie à la production du phénomene, si leurs effets sont de quelque valeur vis-à-vis la cause principale; on pourra les nommer *coopérantes*; elles seront au contraire comptées pour rien, lorsque le concours de ces mêmes effets n'aura lieu que dans le plus petit instant. Par exemple, la cause principale qui produit la force de la poudre enflammée est un fluide très-élastique naturellement emprisonné & en grande quantité dans le salpêtre: au moment où le feu brûle & consume la poudre, ce fluide s'échappe, & l'air naturel le remplaçant se mêle à travers les grains de poudre, & cet air, autant que le fluide qu'on vient de citer, augmentent en élasticité en raison du feu; & puisque ce fluide en liberté est capable de produire de grands effets, & qu'il en produit encore de bien plus considérables, lorsqu'il est échauffé, on prendra donc alors le feu pour cause coopérante de ces effets, soit dans le tir des armes à feu, soit dans l'effort des bombes,

qui

qui éclatent; ſoit enfin dans l'exploſion des fourneaux de mines. Au contraire, quoique l'action de l'air, qui s'inſinue de lui-même à travers les grains, les rend plus élaſtiques en facilitant le développement du feu, & augmente par conſéquent la force de la poudre; cependant comme cette force eſt très-petite, relativement à celle du fluide, on pourra ſans erreur ſenſible négliger cette action.

20. Le deſir immodéré des hommes pour deviner l'admirable ſtructure & l'harmonie des effets ſenſibles, a ſouvent été cauſe que s'éloignant des regles données pour philoſopher ſolidement, ils ont voulu précipitamment & mal-à-propos adapter les cauſes aux effets, & delà ſe ſont enfoncés ſi avant dans l'erreur, qu'ils ont pris pour vrai & pour certain ce qui étoit ou ſembloit tout au plus poſſible, & n'étoit pas même probable; & en effet toutes les fois qu'on voudra remplacer des faits évidents par des cauſes purement ſuppoſées, on devra s'attendre à un pareil réſultat.

Pour bien éclaircir ce point, il convient de diſtinguer deux eſpeces de ſuppoſitions, ſur leſquelles on doit raiſonner. On comprendra dans la premiere les ſuppoſitions, ſur leſquelles, raiſonnant en ordre & par analogie, on en déduit des conſéquences juſtes, immédiates & reſtrein-

tes feulement au cas de la fuppofition ; tels font les théoremes de géométrie & de mécanique; car quoiqu'ils foient exprimés en forme de fuppofitions, ils font cependant toujours (non obftant le raifonnement qui les développe) clairs & étroitement liés aux prémiffes, & la conclufion, que l'on en déduit, ne peut avoir lieu que pour la fuppofition donnée.

Qu'on établiffe des fuppofitions réelles, idéales ou impoffibles, comme il arrive dans beaucoup de problemes qu'on donne à réfoudre aux étudiants en mathématique, ou qu'on en établiffe de poffibles, ou qui exiftent actuellement, comme lorfqu'on met en pratique nombre de théoremes de mathématique & de mécanique; dans l'un & l'autre cas cette maniere de raifonner eft toujours très-utile.

L'autre maniere de raifonner fur les fuppofitions eft, lorfque d'une pure hypothefe on prétend en déduire l'origine & la vraie caufe d'un fait réel.

Cette maniere de raifonner eft très-mauvaife & femble inventée à point nommé pour introduire l'erreur & accroître l'ignorance, comme cela n'eft que trop arrivé en phyfique pendant plufieurs fiecles. Par exemple, fi l'on attribue la chûte des graves & l'élafticité de plufieurs corps au mouvement d'une matiere très-fubtile, que

l'on ſuppoſe exiſter dans tout l'univers; il eſt clair que cette maniere de déduire les cauſes des effets eſt par elle-même très-vicieuſe, puiſqu'on n'apperçoit point la dépendance néceſſaire & la liaiſon intime entre des effets vrais & des cauſes purement ſuppoſées, excepté qu'on ne faſſe voir par anticipation.

1°. Que la cauſe ſuppoſée exiſte réellement.

2°. Qu'elle a force ſuffiſante pour produire de ſemblables phénomenes.

3°. Qu'un tel fait concourre à la production du phénomene mentionné (§. 18. 19.)

21. La ſeconde regle de Newton eſt que les effets de même nature ſont produits par les mêmes cauſes. Ainſi l'on voit deux corps s'échauffer en les frottant l'un contre l'autre, & l'on voit de même la chaleur s'exciter par le frottement de deux autres corps; quoique ceux-ci ſoient d'une matiere différente de celle des premiers, nous dirons néanmoins que les effets étant de même nature, la cauſe eſt la même. Si deux pieces de ſuperficie bien polies poſées l'une ſur l'autre ſe tiennent fortement unies, & que la même choſe arrive en adaptant l'un contre l'autre deux pieces de bois, de métal & de verre bien polies auſſi, nous conviendrons que la cauſe de ces adhéſions eſt par-tout la même, puiſque les effets ſont de même nature.

22. Si en confrontant deux ou plusieurs effets de même nature, on en considere le rapport, il arrive souvent que la proposition géométrique, qui démontre la loi du phénomene, est fausse, lorsque la proposition physique est vraie. Par exemple, il est très-certain que plusieurs corps sont dilatés sur le globe par la chaleur de l'été, mais il est en même tems faux qu'un corps double ou triple soit dilaté dans le rapport de son volume. L'air est certainement élastique, mais son élasticité n'est pas toujours proportionnelle à sa densité.

23. Si les causes, qui concourent à la production d'un phénomene quelconque, sont sujettes à modification, on sera contraint, en cherchant les loix qui le décident, à se contenter d'une approximation, & elle approchera plus ou moins de la précision, à raison de la facilité qu'on aura à manier les mêmes causes. Veut-on, par exemple, mesurer l'espace parcouru par un corps particulier dans un tems & un lieu déterminé? S'il étoit possible de renfermer ce corps dans un récipient privé d'air, les résultats de l'expérience feroient à chaque fois suffisamment égaux entre eux. Mais si l'expérience ne peut avoir lieu que dans l'air libre, puisque ce milieu résiste, & que sa densité varie de tems à autre, les résultats seront donc soumis à cette variation; c'est pour-

quoi il conviendra d'en rechercher les limites, en répétant les expériences dans les tems de la plus grande & de la moindre densité possible. Les charges de poudre, qui produisent dans les armes à feu le tir le plus considérable, sont de cette nature ; parce que les variations influent sur la totalité de ces mêmes charges à raison des changements qui arrivent dans les causes physiques, changements qu'il nous est impossible de régler. On dira la même chose de la tenacité qui se rencontre dans les canons de bronze fondus dans des tems différents, quoique la qualité de la matiere & l'alliage observés dans leur main-d'œuvre aient été les mêmes à chaque tems *).

24. Enfin la derniere regle de Newton est, que les qualités des corps, sur lesquelles on peut faire des expériences (qualités qui sont invariables), doivent être comptées parmi les propriétés communes à ces mêmes corps ; & comme l'étendue, l'impénétrabilité & la force d'inertie sont des propriétés constantes pour tous les corps, & sur lesquelles on peut faire des expériences ; ainsi nous sommes induits à conclure, que les autres corps les plus éloignés de nous, tels que ceux qui sont

*) Un des premiers hommes de l'art dans cette partie m'a assuré d'après l'expérience, que l'observation ci-dessus portoit à faux.

cachés dans les entrailles de la terre, & les corps céleſtes ont les mêmes propriétés.

Après avoir mis en avant les regles pour faire des progrès certains en phyſique, nous paſſerons au détail des principales connoiſſances de cette ſcience, en commençant par celles qui nous ſont adminiſtrées par l'obſervation.

CHAPITRE SECOND.

Du Syſtême du monde.

25. Les yeux nous démontrent l'exiſtence d'une étendue immenſe & permanente qu'on appelle l'eſpace, qui contient un nombre innombrable de corps, qui different entr'eux en grandeur & qualité. Le mouvement continuellement le même & dans des directions différentes de quelques uns de ces corps, nous induit à conclure, que cet eſpace eſt uniforme & pénétrable. On appelle l'*univers ſenſible* ou le *monde phyſique*, l'aſſemblage de toutes ces choſes.

26. Le corps que nous habitons s'appelle la *terre*; elle exiſte iſolée & indépendante de tout appui dans cet univers; ſa figure n'eſt pas exactement ſphérique, les éminences & les cavités, qui conſtituent les montagnes & les vallées ſur ſa ſurface, ſont des grandeurs infiniment petites

relativement à ſon diametre. De plus, la ſurface uniforme & égale, que l'on attribue à la terre, eſt, à proprement parler, celle de la mer, dont la direction paroît ſuivre la figure ſphérique.

L'obſervation nous apprend que tous les corps tombent dans une direction perpendiculaire à la ſurface réguliere de la terre, & tendent par conſéquent au centre de cette ſphere, qu'on appelle ordinairement *centre des graves*. On comprend aiſément par cette deſcription, que la partie de la terre qui nous eſt diamétralement oppoſée, & qu'on appelle les *Antipodes*, peut être habitée, & qu'on ne doit pas regarder ſes habitans comme tournés à l'envers.

Si l'on s'en rapporte aux obſervations faites ſur le pendule dans différents pays & à la théorie ſur laquelle Newton & Huygens ont établi ces obſervations, la terre doit avoir plutôt la figure d'un ſphéroïde applati & produit par la révolution d'une ellipſe autour du petit axe. Cette figure a d'abord été contredite par les meſures priſes en France par quelques académiciens de Paris; leur réſultat donnoit la terre pour un ſphéroïde allongé vers le pole, mais d'autres membres de la même académie ayant été en Laponie en 1738 pour y prendre d'autres meſures, leurs opérations ont confirmé la figure préſentée par Newton & par Huygens.

Supposons donc que la terre ait la figure d'un sphéroïde, les directions des corps qui tombent perpendiculairement à sa surface ne se couperont plus à son centre, mais feront les rayons de la développée, qui forme l'ellipse, dont la révolution engendre ensuite le solide de la terre. Telle que soit la figure précise de ce solide, il est entouré d'un volume d'air considérable, qu'on nomme athmosphere, & les corps, que la terre & cet athmosphere contiennent, se nomment corps terrestres ou sublunaires.

27. On nomme *corps célestes* ceux qui sont éloignés de la terre & au-delà de l'athmosphere; ils sont de deux especes, les *lumineux* & les *opaques*. On voit un nombre innombrable des premiers, mais on en découvre très-peu des derniers.

Entre les corps lumineux le soleil paroît le plus grand de tous; on appelle *étoiles* les autres corps moindres en apparence. On les dit de premiere, seconde, troisieme & quatrieme grandeur, selon qu'elles nous semblent d'un volume plus ou moins grand. Elles passent toutes pour fixes & immobiles, puisqu'on n'a point encore observé qu'elles se soient jamais approchées ou éloignées l'une de l'autre.

Le soleil est censé placé au centre de l'univers autour duquel il décrit une petite courbe qui

ſe nomme *orbite*. Quant aux étoiles fixes, elles ſont ſituées à des diſtances immenſes de ce centre. Quelques unes d'entr'elles ſont diſtinguées par différentes figures qu'on appelle des *conſtellations*, à chacune deſquelles on a donné des noms capricieux, tels que le *belier*, le *taureau*, l'*écreviſſe*, la *vierge*, les *pleyades*, l'*enrion*, la *grande* & la *petite ourſe*, le *cocher*, le *ſerpent*, le *vaiſſeau*, le *triangle*, la *chevelure de Berenice*, le *pied d'Andromede*, la *tête de dragon* &c.

28. On nomme *cometes* & *planetes* les corps céleſtes opaques. Ils n'ont point de lumiere par eux-mêmes, mais la reçoivent du ſoleil & des étoiles, & la transmettent par réflexion aux différentes parties de cet univers, précisément comme un miroir ou tout autre corps parfaitement poli.

Si on examine les corps céleſtes la nuit, leur lumiere paroît ſans mouvement, aulieu que celle des étoiles brille continuellement. Cette obſervation eſt aſſez propre à diſtinguer les planetes & les cometes des étoiles fixes. De plus les planetes ſuivent dans la continuité de leur mouvement un ordre déterminé, en décrivant chacune une courbe elliptique que l'on nomme *orbite*. On appelle *tems périodique* celui que la planete emploie à décrire ſon orbite entiere; il n'y a d'autre différence eſſentielle entre ces corps & les

& les cometes, ſi ce n'eſt que le cours des planetes peut ſe meſurer annuellement, parce qu'elles ſont toujours viſibles, aulieu que les cometes s'apperçoivent rarement, & qu'on ne peut obſerver qu'une petite portion de leur route, parce qu'elles décrivent le reſte de leur orbite à une diſtance trop grande de nous ; c'eſt pour cela que nous ne connoiſſons pas encore au juſte le nombre des cometes qui ſe ſont fait voir en différents tems.

L'apparition d'une comete cauſoit autrefois l'épouvante parmi les hommes, parce qu'on la regardoit comme l'avantcoureur d'un triſte événement, mais depuis nombre d'années les aſtronomes ont employé tant d'activité dans leurs obſervations, qu'ils ſont parvenus à meſurer le tems périodique de la ſituation de quelques unes, & par conſéquent à prédire leur nouvelle apparition.

29. Le nombre connu des planetes ſe réduit à ſeize, dont ſix ſe nomment planetes *premieres*, & les dix autres *ſecondaires*.

Les planetes premieres ſont *Saturne*, *Jupiter*, *Mars*, la *Terre*, *Vénus* & *Mercure* ; elles décrivent leur orbite autour du centre de l'univers & dans le même plan, c'eſt ce qu'on appelle le *plan de l'écliptique*.

Nous connoiſſons ſeulement le rapport des demi-diametres de ces orbites, mais nous avons une

connoissance absolue de leur tems périodique, & c'est elle qui nous met à même de prédire avec certitude le tems des éclipses, des phases & des aspects de ces planetes. Si on parvient à l'aide des observations astronomiques à mesurer avec précision un demi-diametre de ces orbites, on connoîtra la grandeur absolue des autres au moyen des nombres marqués dans la table suivante. L'on n'a jusqu'à présent que des approximations grossieres sur la grandeur absolue des orbites; leur résultat donne pour le demi-diametre de l'orbite de la terre, 24000 demi-diametres de cette planete.

	Tems périodiques en jours de 24 heures.	*Rapports des demi-diametres des orbites.*
Saturne	10759	954.
Jupiter	4332	520.
Mars	687	152.
La Terre	365	100.
Venus	225	72.
Mercure	88	39.

Il résulte de la comparaison des nombres marqués ci-dessus, que les quarrés des tems périodiques sont à-peu-près entr'eux comme les cubes des demi-diametres des orbites. On nomme communément cette proposition la loi de Keppler, astronome de grande réputation.

30. Outre le mouvement que les planetes décrivent dans leurs orbites, la terre a encore celui des saisons & des jours inégaux ; c'est ce qu'on appelle le *mouvement annuel* de la terre: on lui en connoît un autre, qu'on nomme *mouvement diurne*, qui décide la succession des jours & des nuits. Le soleil, les étoiles & les planetes nous paroissent tourner autour de la terre. Ce mouvement consiste dans la rotation continuelle de la terre autour d'un diametre invariable, qui en a retenu le nom d'*axe de la terre*. Elle emploie 24 heures à chacune de ces révolutions. On observe le même mouvement au soleil & aux autres planetes, mais le tems de leurs révolutions n'est pas le même pour toutes.

31. Les dix planetes secondaires décrivent toujours leur orbite autour de quelque planete premiere qu'elles suivent par-tout ; c'est pour cela qu'on les appelle *satellites* ou *compagnes* de ces planetes.

Cinq de ces satellites tournent autour de Saturne à des distances différentes ; quatre autres autour de Jupiter, & le dixieme qui est la *Lune*, décrit son orbite autour de la terre ; cette orbite observe une figure elliptique, mais très-approchée du cercle. Le demi-diametre de cet orbite est éloigné de la terre de soixante fois son demi-diametre & le tems périodique de sa révolution est de 27 jours.

32. Comme les planetes décrivent leur orbite dans le plan de l'écliptique, on peut au moyen de la figure premiere avoir une idée du systême planetaire, le soleil étant placé au point S centre de l'ellipse décrite par les planetes premieres. *Pl.* I. *F.* I.

La figure du soleil, de la lune & des planetes premieres n'étant pas exactement sphérique, on assigne le rapport de leurs diametres dans la table suivante.

	Diametres.
Le Soleil	10000. *parties*
Jupiter	1000.
Saturne	750.
La Terre	100.
Venus	100.
Mars	55.
Mercure	54.
La Lune	28 ½.

Le diametre absolu de la terre mesuré sous l'équateur est de 6878 milles d'Italie de mille pas géométriques, ou de 500 grands pas (*). On trouvera facilement par cette donnée la grandeur absolue du diametre des autres corps célestes inscrits dans la table ci-dessus.

(*) En italien *trabocchi*, expression figurée qui désigne, selon les apparences, des pas assez grands pour trébucher ou faire perdre son à plomb.

33. C'est du célebre Newton qu'on tient le systême de l'univers qu'on vient de décrire; c'est lui qui employant la théorie de la gravitation universelle des corps & du vuide, dans lequel les planetes se meuvent & s'attirent reciproquement en raison des masses & des distances, expliqua & détermina tous leurs mouvements. Cet auteur à donné cette théorie dans sa *philosophie naturelle* comme une vérité physique, dont on peut à peine douter. En effet les observations faites depuis par d'habiles astronomes, & particuliérement par Flamsteed & Bradley, se sont rencontrées jusqu'à présent avec les conséquences de cette théorie.

34. On a imaginé différents points, & différents cercles pour expliquer avec facilité les phénomenes des planetes dans leurs mouvements, nous en donnerons une connoissance abrégée.

Soit supposée décrite du point T, centre de l'univers, une superficie sphérique ABCD, dans laquelle soient placées les étoiles fixes; comme la distance de la terre au centre de l'univers, est tenue pour nulle relativement à celle qui existe entre ce même centre & les étoiles fixes, puisque selon les observations de Bradley la proportion entre les deux distances est comme 1 à 4,166,666,666;
Pl. 1. F. 2. on peut donc pour plus de simplicité, & sans commettre d'erreur sensible, supposer la terre FIEL,

placée immobile au centre T. Suppofons en outre que ETF foit l'axe, autour duquel nous avons dit que la terre fait fa révolution continuelle, on aura, en le prolongeant des deux côtés, la droite AFTEC, que l'on nomme l'*axe du monde* ou de l'*univers*, lequel paffe à fon extrémité A, très-près d'une étoile de la petite ourfe qui s'appelle l'*étoile polaire*. On nomme communément le firmament la fuperficie fphérique, dans laquelle on fuppofe les étoiles fixes, le point A s'appelle *pole arctique*, *boréal* ou *feptentrional*, & le point C oppofé fe nomme *pole antarctique*, *auftral* ou *méridional*.

On appelle *méridiens* tous les cercles égaux à ABCD, qui font fuppofés paffer & fe couper aux poles AC.

L'*équateur*, BD ou *cercle équinoctial*, eft un cercle purement idéal, qu'on fuppofe paffer par le centre T rectangle à l'axe du monde; d'où il fuit que les poles AC, de l'univers font auffi poles de ce cercle, qui divife le firmament en deux hémifpheres, dont l'un BAD eft feptentrional, & l'autre BCD eft auftral.

Si l'on prend du point B vers le pole arctique un arc BG de 23 ½ degrés, & qu'on imagine un cercle GTH qui paffe par le centre T & foit perpendiculaire au méridien ABCD, ce cercle GTH fera appellé le *plan de l'écliptique*. C'eft fur fa circonférence que font placées les douze conftella-

tions ou *signes du zodiaque*; chacun d'eux occupe un arc de 30 degrés.

Ces constellations sont le belier, le taureau, les gemeaux, l'écrevisse, le lion, la vierge, la balance, le scorpion, le sagittaire, le capricorne, le verseau & les poissons, qui correspondent aux douze mois de l'année, c'est-à-dire, le belier au mois de mars, le taureau au mois d'avril & ainsi de suite.

Le premier degré du belier & de la balance sont aux deux points d'intersection de l'écliptique avec l'équateur; ils marquent les *deux équinoxes*; c'est-à-dire, *celui du printems* au premier degré du belier, & celui de l'*automne* au premier degré de la balance. Le premier degré de l'écrevisse est au point G & marque le *solstice d'été* dans l'hémisphere septentrional, & au point opposé H est le premier degré du capricorne ou le *solstice d'hiver*.

35. Comme les planetes parcourent dans leur mouvement le même plan de l'écliptique que le soleil, il arrive que tous ces corps, eu égard à la terre, répondent toujours à quelque signe du zodiaque. On dit par exemple que le soleil est au premier degré du belier, lorsqu'en tirant une ligne droite par le centre de la terre au premier degré du belier, le centre du soleil est sur cette droite, & de même Jupiter, la lune &c. sont au 20me degré du sagittaire, lorsqu'en tirant une

droite

droite par le centre de la terre au point susdit, le centre de Jupiter & de la lune sont sur cette même ligne.

On désigne sous le nom d'*aspects* les lieux du zodiaque, dans lesquels, en regardant de la terre, il nous paroît que les planetes ou le soleil se trouvent dans un même tems déterminé. On dit les planetes en *conjonction*, lorsqu'en apparence on en voit de la terre deux ou plusieurs d'entre elles au même degré du zodiaque : on les dit en *opposition*, lorsqu'elles sont distantes de 180 degrés ; si deux ou plusieurs planetes sont distantes entre elles de 120 degrés, on les dit être en *aspect trinaire* ; en *aspect quarré*, lorsque la distance est de 90 degrés, & en *aspect sextile*, lorsqu'elle est de 60.

36. Comme les planetes sont éclairées par le soleil A B, dont le diametre surpasse de beaucoup celui de toute autre planete C D (§. 32), il se forme nécessairement derriere chacun de ces corps opaques une ombre de figure conique C D F, qui a pour base la planete elle-même. La hauteur R F du cône dépend de la planete & de la distance qui se trouve entr'elle & le soleil. Cela posé, supposons qu'une autre planete K se trouve sur la direction des centres Q R du soleil & de la planete C D, si la hauteur R F du cône C D F dans l'ombre n'arrive pas jusqu'à la planete K, *Pl. 1. F. 3.*

toute la superficie G H L, tournée vers le soleil, sera éclairée, & le spectateur en H verra la planete C D comme une tache noire dans le soleil. On observe le même phénomene, lorsque la terre étant en K, Venus ou Mercure désignés par le corps C D, se trouvent en conjonction avec le soleil, puisque le cône de leur ombre ne va pas jusqu'à la terre. C'est ce qu'on appelle le passage de Venus ou de Mercure devant le soleil.

Si ensuite le cône de l'ombre C D F va jusqu'en K, alors la superficie G H L sera tout-à-fait obscurcie, ou bien elle ne le sera qu'en partie & en raison de la lumiere qui y arrive; on nomme *éclipse* ce phénomene. Si K est la terre & C D la lune, une portion de l'hémisphere G H L sera alors privée de la lumiere du soleil, & par conséquent les habitants de cette superficie obscurcie ne le verront plus, d'où l'on dira qu'ils ont une *éclipse de soleil complette*, pour les distinguer de ceux qui habitent la partie latérale du cône de l'ombre qui peuvent encore voir une portion du soleil; l'éclipse sera seulement partielle pour ces derniers. Si on suppose ensuite que C D soit la terre & K la lune, alors on nommera *éclipse de lune* la cessation de lumiere sur cette planete, elle pourra être ou totale ou partielle, puisque la terre étant plus grande que la lune, peut l'obscurcir tout-à-fait.

Ces éclipſes arrivent ſouvent aux ſatellites de Saturne & de Jupiter, c'eſt ce qu'on appelle *immerſion des ſatellites.* La poſſibilité d'obſerver aiſément l'immerſion des ſatellites de Jupiter, fournit un moyen ſûr aux navigateurs pour déterminer le lieu du vaiſſeau.

37. Les différentes portions de lune que nous voyons éclairées, forment les aſpects qu'on nomme *phaſes.* On dit ſur-tout que la *lune* eſt *croiſſante*, lorsqu'on voit augmenter la partie éclairée; alors cette planete a les deux cornes tournées à l'orient; on la dit *décroiſſante*, lorsqu'on voit diminuer la partie éclairée; auquel cas ſes deux cornes ſont tournées au couchant. La lune croiſſante ſe diſtingue particuliérement en *nouvelle lune* & *premier quartier*. La lune eſt nouvelle au moment qu'elle commence à croître; elle eſt au premier quartier, lorsqu'en croiſſant elle montre un demi-cercle éclairé le diametre tourné vers l'orient.

La lune décroiſſante ſe diſtingue auſſi en deux parties, ſavoir la *pleine lune*, & le *dernier quartier*.

On appelle pleine lune, quand cette planete paroît tout-à-fait éclairée; & l'on a le dernier quartier, lorsque le diametre du demi-cercle éclairé eſt tourné vers le couchant.

On doit auſſi obſerver les mêmes phaſes dans Mercure & Venus, mais on n'y fait point d'attention.

On remarquera ici, que les éclipses du soleil ne peuvent, par ce qui vient d'être expliqué, arriver qu'à la nouvelle lune, & celles de la lune seulement au tems de la pleine lune.

38. Les points & les cercles, dont on a parlé, (§. 34.) se rapportent aussi à la terre. En effet revenant à la figure seconde, on nomme les points F E, les poles terrestres, c'est-à-dire, le premier, pole *arctique*, & le second, pole *antarctique*; le cercle I L s'appelle l'*équateur*, ou bien la *ligne équinoxiale*, l'hémisphere I F L se nomme *septentrional* & l'autre I E L *méridional*: on appelle *méridiens terrestres* tous les grands cercles qui passent par les poles F E.

Si par les points M, n, où le plan de l'écliptique coupe la terre, on fait passer deux cercles M m, N n, paralleles à l'équateur, on les nommera les *tropiques*; ils sont de plus toujours obliques aux rayons du soleil, en allant vers les poles; il suit delà que les habitants des parties M F m, N E n auront toujours leur ombre tournée, les premiers au nord, & les seconds au midi; mais les habitants des cercles M m, N n, qu'on appelle *zones torrides*, auront une partie de l'année leur ombre tournée vers un pole, & l'autre partie vers le pole opposé, & ils auront deux jours de l'année l'ombre précisément aux pieds à l'heure de midi.

Si l'on marque les arcs M P, N Q de 43 degrés chaque, & qu'on y fasse passer deux cercles P p, Q q, paralleles à l'équateur, on nommera ces deux cercles, *cercles polaires*, les zones M P p m, N Q q n zones *tempérées*, & les portions de sphere P F p, Q E q zones *glaciales*.

Chaque méridien F I E L se trouve divisé en quatre parties égales F I, I E, E L, L F, dont chacune est supposée divisée en 90 degrés en comptant de l'équateur. On les appelle *degrés de latitude*, ou élévation du pole, ensorte que l'arc I M étant de 23 ½ degrés, on dira que tous les points de la terre, qui répondent au cercle M m, sont à 23 ½ degrés de latitude, ou à 23 ½ de l'élévation du pole. Si l'arc I R est de 15 degrés, on dira que tous les points de la terre compris au cercle R r, parallele à l'équateur, sont à 15 degrés de latitude ou d'élévation du pole, & ainsi des autres cercles V u paralleles à l'équateur.

Le cercle de l'équateur & tous les autres qui lui sont parelleles, sont supposés divisés en 360 degrés, que l'on nomme *degrés de longitude*. On en fixe le commencement à volonté, n'ayant pas encore trouvé la maniere de se déterminer, ainsi que cela se pratique pour les degrés de latitude, au moyen de l'étoile polaire.

Chaque degré de longitude pris à l'équateur est de 60 milles d'Italie; chacun d'eux vaut, com-

me on l'a dit ci-dessus, mille pas géométriques ou 500 grands pas.

39. Ceux qui habitent sous la ligne ont constamment les jours égaux aux nuits, c'est-à-dire, de douze heures chaque ; mais ceux, qui sont loin de l'équateur, ont les jours inégaux toute l'année, excepté aux deux équinoxes, de façon qu'au solstice d'été, c'est-à-dire, au jour le plus long de l'année, ceux qui habitent sous le 16 ½ degré de latitude, ont des jours de 13 heures, & ceux qui sont au 31 degré, les ont au solstice d'été de 14, ceux qui sont au 41 ½ degré, ont le jour plus long & de 15 heures; à la latitude de 49 ¼, le jour est de 16 heures, à 54 ⅔ degrés, de 17 heures, à 58 ¾ de 18 heures, & à la latitude de 66 ½ degrés, c'est-à-dire, sous le cercle polaire, le jour le plus long est de 24 heures, & par conséquent ce jour n'a point de nuit. On trouve les jours beaucoup plus longs que 24 heures dans le solstice d'été, en avançant vers le pole, les uns sont d'une, deux & trois semaines, d'un, deux & trois mois &c. ensorte qu'il n'y a sous le pole pendant toute l'année qu'un seul jour & une seule nuit de six mois chaque.

On met au nombre des parties détaillées de ce chapitre, les principes de cosmographie, d'astronomie & de géographie, parce que la premiere a pour objet la division des principales parties

de l'univers, la feconde regarde le mouvement des grands corps, & la troifieme embraffe non feulement les royaumes, les provinces, les villes, les fleuves &c. mais en détermine encore les points fixes, c'eft-à-dire, leur latitude & longitude.

40. Il ne fera pas hors de propos, avant de terminer ce chapitre, de faire obferver un abus qui s'étoit introduit dans l'aftronomie.

L'ignorance, & peut-être auffi la malice, après avoir tiffu un mélange de certitudes aftronomiques avec maintes chimeres, à prétendu en former, contre toute raifon, une fcience pour prédire l'avenir; c'eft ce qu'on a appellé l'*aftrologie*; les différentes vertus & les influences que le caprice attribuoit aux corps céleftes, leur nature bien ou mal faifante, formoient les principes fondamentaux de cette prétendue fcience; on y regardoit entr'autres les différents afpects des planetes & leurs phafes comme les caufes efficaces, agiffantes non feulement au phyfique, mais encore au moral & dans les forts, de-là eft née la différence d'aftrologie *judiciaire* & d'aftrologie *naturelle*. La premiere, dont les prédictions s'étendoient fur les forts & fur les actions morales, a été réprouvée par les loix divines & humaines; mais la feconde qui fe bornoit à prédire le chaud, le froid, la féchereffe, la pluie, l'abondance, la difette,

l'épidémie, la mortalité & d'autres ſemblables effets purement phyſiques eſt tolérée, quoique ſcience vaine & ridicule, puiſqu'elle eſt entiérement dépouillée non ſeulement de principes certains, mais encore de probabilités.

Nous ne perdrons point le tems à prouver l'inſuffiſance des principes de l'aſtrologie naturelle; une telle recherche nous détourneroit trop de notre objet. Les regles développées au chapitre précédent ſerviront à point nommé pour en diſtinguer la fauſſeté. Nous ajouterons ſeulement un fait arrivé dans ce ſiecle, comme très-propre à déraciner les préjugés, dont certaines perſonnes ſont encore entichées pour l'aſtrologie judiciaire, gens qui n'ont aucune connoiſſance des regles néceſſaires pour bien raiſonner en phyſique.

Le docteur MONTANARI, lecteur dans l'univerſité de Bologne, pour ſe déſennuyer dans les jours d'été, ſe mit à compoſer en ſecret un almanach qu'il intitula le *Fanal.* Il arriva que pluſieurs prédictions importantes de cet almanach ſe vérifierent les premieres années, ce qui l'accrédita fort. Un jour l'auteur rencontrant deux étudiants, qui diſputoient entr'eux, ſi l'aſtrologie étoit une ſcience certaine ou fauſſe, les mena chez lui pour décider la queſtion. Il avoit dans une chambre une grande table circulaire, au centre de laquelle étoit une longue aiguille mobile ſur un

pivot ; la circonférence qu'elle décrivoit étoit divisée en petites cases, dans lesquelles étoient inscrites nombre de prédictions. Il mit l'aiguille en mouvement, & après quelques tours, elle s'arrêta sur une case, qui disoit: *mort d'un grand personnage sous le belier.* Il demanda à un des étudiants, si la susdite mort arriveroit; celui-ci répondit que des prédictions marquées au hazard sur une table, & le mouvement circulaire d'une aiguille n'ayant nulle connexion avec la santé & la vie des grands personnages, il y auroit de l'absurdité à faire fonds là-dessus. A quoi MONTANARI répartit, sachez que les prédictions de l'almanach intitulé le Fanal, ont été toutes préparées de cette maniere, ainsi si plusieurs d'entr'elles se sont vérifiées pendant quelques années, ce n'est donc point la science, mais le pur hazard qui en a décidé.

La sage & concluante réponse de cet étudiant, doit servir encore à désabuser ceux qui s'appliquent à la cabale, parce que, quoiqu'il s'en trouve en effet d'ingénieusement imaginées, & qui fournissent même des réponses catégoriques, cependant comme l'art & les opérations qui leur servent de base, n'ont pas plus de rapport avec les choses occultes qu'avec l'avenir, il s'ensuit que leurs réponses ne peuvent jamais s'étayer sur la plus petite probabilité, & encore moins sur la certitude,

41. Si on fait donc un ufage fuivi des regles données pour bien raifonner en phyfique, on trouve,

1°. Que les influences du foleil & des planetes, ou pour mieux dire, que l'action que ces corps exercent les uns fur les autres, confifte dans une attraction univerfelle, dont la combinaifon liée avec le mouvement de projection fait décrire continuellement à ces corps leurs orbites.

2°. Que le foleil, dont la lumiere fe répand tout autour, non-feulement éclaire, mais réchauffe encore les corps terreftres, & à la faveur d'une telle chaleur fait végéter les plantes, & produit les météores aqueux dans l'athmofphere, ainfi que d'autres femblables phénomenes, fur lesquels cependant nous n'avons ni certitude ni probabilité, que les planetes premieres & encore moins leurs phafes ou leurs afpects, aient contribué en rien à leur altération.

3°. Que la lune agit fur la terre par fa gravitation, ce qui lui donne une influence fur le flux & le reflux de la mer, & fur la circulation afcendante & defcendante des humeurs nutritives, & d'autres liqueurs dans les végétaux; ainfi que fur beaucoup d'autres chofes qui dépendent de la végétation.

4°. Que les étoiles fixes n'ont d'action fur la terre que par leur lumiere, dont nous profitons pour voir dans l'obfcurité de la nuit.

CHAPITRE TROISIEME.

Des propriétés communes à tous les corps.

42. La seule observation suffit pour nous donner une idée de l'univers, mais il faut, pour acquérir une connoissance plus particuliere des corps, réunir l'expérience à l'observation, pour les examiner de plus près.

Nous considérerons dans ce chapitre & le suivant, les propriétés des corps d'après l'observation & les expériences physiques, & nous traiterons successivement de celles que l'analyse des corps nous présente.

On appelle *propriétés des corps* tout ce qui existe en eux & qui peut produire en nous une sensation capable de nous en former l'idée. L'observation & l'expérience font connoître, que parmi les propriétés des corps il y en a de communes à tous, & d'autres seulement particulieres à certains corps

43. Les propriétés communes à tous les corps, que l'on a découvertes jusqu'à présent & que l'art ni aucun expédient n'ont encore pu leur ôter, sont l'*étendue*, l'*impenétrabilité*, la *mobilité*, le *repos*, la *figurabilité*, la *force d'inertie* & la *force d'attraction*. Les propriétés particulieres des corps

ſont enſuite, la *ſolidité*, la *fluidité*, la *dureté*, la *molleſſe*, l'*adhéſion*, la *malléabilité*, l'*opacité*, la *transparence*, la *colorabilité*, le *chaud*, le *froid*, la *ſaveur*, l'*odeur*, le *ſon* &c.

44. La géométrie a déjà diſtingué l'étendue en trois eſpeces, c'eſt-à-dire la ligne, la ſuperficie & le ſolide; & l'on a vu, que chacune d'elles eſt diviſible en un nombre infini de parties.

De ce que l'étendue mathématique ou la quantité continue ſéparée de la matiere eſt diviſible à l'infini, on ne peut pas en conclure que, parce que les corps ſont étendus, ils ſoient auſſi diviſibles de leur nature en un nombre infini de parties, & qu'on doive les conſidérer comme continues.

Nous ne trouvons pas un ſeul de tous les phénomenes connus juſqu'à préſent, qui nous faſſe ſoupçonner la diviſibilité des corps à l'infini. Nous ſavons bien par des comparaiſons qui ne ſont point équivoques, que la nature & l'art ne peuvent diviſer la matiere que juſqu'à un certain point, & que les corps ſenſibles ne ſont entr'eux, qu'un amas de corpuſcules diſpoſés de différentes manieres.

L'ordre conſtant, que la nature obſerve dans la production des animaux & des végétaux, démontre, que la matiere de ces corps ne diminue que juſqu'à un terme limité, après lequel elle ſe di-

ſtribue & ſe raſſemble dans une matiere qui eſt toujours la même dans chaque eſpece de corps; car ſi cela n'étoit pas ainſi, les êtres après leur production auroient une forme & une conſiſtance différente de celle qu'ils avoient auparavant, & ſelon que leurs parties conſtituantes auroient été différemment réduites à l'époque de leur formation.

L'art nous confirme encore les mêmes faits. De tous les moyens poſſibles pour réduire les corps, le feu eſt le plus actif de tous. En effet, ſi on le pouſſe au plus haut degré de violence poſſible, ſoit par l'inflammation des corps combuſtibles, ſoit en raſſemblant beaucoup de rayons ſolaires dans le plus petit eſpace avec le miroir ardent, on obſerve clairement que la fineſſe des parties, dans leſquelles le corps expoſé à ce feu a été réduite, eſt limitée. Si l'on raſſemble enſuite quelques unes de ces petites parties, il paroîtra de nouveau un corps ſenſible de la même eſpece. L'évaporation de l'eau, la ſublimation du mercure & du ſoufre, la diſſolution des ſels & la liquéfaction des métaux, de la cire, de la poix &c. nous fournit une idée familiere de ſemblables phénomenes.

45. Quoique la petiteſſe des parties, dans leſquelles les corps ſont diviſibles de leur nature, ſoit limitée, cependant la fineſſe de ces parties eſt telle

qu'elle échappe aux microſcopes les plus fins. Pour avoir une idée de leur petiteſſe infinie, on laiſſe ſéjourner pendant deux ou trois jours quelques grains de froment dans un verre d'eau, ſi on prend enſuite une goutte de cette eau, pour l'examiner avec le meilleur microſcope, on verra nombre d'animalcules ſe mouvoir dans cette eau, les uns beaucoup plus grands que les autres; on y verra les gros chercher à faire leur proie & à ſe nourrir des petits, & ces derniers au contraire fuir leur deſtruction. Cependant le corps de ces animalcules, qui ſe meuvent à ſouhait, doit néceſſairement être compoſé de muſcles, de nerfs, de vaſes ſanguins & de liqueurs qui y circulent, d'où on conçoit facilement que la petiteſſe infinie des parties ſolides & fluides, qui conſtituent les nerfs, les muſcles & le ſang &c. de ces animalcules ne peut ſe déterminer, puiſqu'elle échappe à nos ſens.

C'eſt une choſe vraiment merveilleuſe que la diviſibilité de la matiere produite par l'art. Les ouvriers en ſoie treſſent leurs cocons en le filant très-fin. Un de ces fils long de 250 pieds peſe environ un grain, & comme la longueur d'un pied ſe peut diviſer en 1728 atomes, dont chacun eſt viſible ſans le ſecours d'aucun inſtrument d'optique, il s'enſuit qu'on peut diviſer un grain de ſoie en 250 par 1728 = 432000 parties viſibles.

Les batteurs d'or viennent à bout d'applatir & de dilater l'or au point de couvrir avec un grain pesant une surface de 20 pouces de pied Liprand *) & puisque chaque pouce se subdivise en 20736 atomes, un grain d'or sera donc réduit en 20 × 20736 = 414720 parties visibles. Si dans une quantité d'eau du poids de 20 livres ou de 138240 grains, on met détremper un grain de laque fine, il suffira pour colorer toute l'eau, & comme chaque grain d'eau est divisible en mille parties, toutes visibles sans microscope, si on suppose qu'il y ait au moins dans chacune de ces petites parties une particule de laque qui la colore, il suit delà que le grain de laque aura été divisé en 138240 × 1000 parties visibles.

46. On appelle *unité* ou *éléments premiers* & *insensibles* des corps, ces particules que nous avons dit n'être plus divisibles de leur nature (§. 44.) Nous croyons d'après les regles développées au chapitre premier, qu'elles possedent d'une maniere inaltérable les propriétés communes que l'on reconnoît à tous les corps sensibles, si l'on excepte la figurabilité, puisque leur figure, telle qu'elle soit, doit nécessairement être permanente; autrement l'élément seroit divisible

*) Le pied Liprand, mesure un peu au-dessous d'une brasse ou coudée florentine, ainsi nommé d'un roi de Lombardie de taille gigantesque.

& composé d'autres parties, ce qui est contraire à la supposition.

47. Nous ne sommes point en état d'assurer que l'unité des corps soit par-tout la même en grosseur & en figure, ou bien s'ils different entr'eux dans l'une de ces modifications ou dans toutes les deux à la fois. La constance qu'on observe dans les sept couleurs, lorsqu'on analyse avec le prisme un rayon solaire, nous donne à comprendre, que plusieurs parties de la lumiere sont semblables & égales entr'elles, & que les plus frêles parcelles de cette matiere fournissent les sept grandeurs ou figures différentes.

Nous sommes fondés à penser par la maniere constante, avec laquelle plusieurs corps se produisent, que leurs parties constituantes de la même espece se ressemblent.

Si les unités des corps ne se ressemblent pas toutes, comme les superficies qui les embrassent peuvent varier en grandeur, en nombre, en figure & en ordre; ainsi il est facile de se former une idée de la liaison qui s'observe dans la composition de tant de corps de différentes especes que nous observons dans ce monde: & quand même ces unités se ressembleroient ou seroient égales en grandeur, nous pourrions néanmoins avoir une idée de la formation des différents corps,

en

en penſant à l'ordre & à la différente modification, qui peut réunir les mêmes unités au contact.

Il réſulte enſuite de la combinaiſon de ces choſes cette propriété, que nous avons nommée *figurabilité*; elle n'a évidemment lieu que dans les corps compoſés.

48. L'*impénétrabilité* eſt cette propriété, par laquelle un corps ne peut pas ſe trouver en même tems dans un lieu en concurrence avec un autre corps: nous avons l'idée de cette propriété, en comprimant un corps ſolide, puiſque nous éprouvons une réſiſtance complette. Les unités des corps ſont donc impénétrables de tout côté, & ſi les corps compoſés paroiſſent quelquefois pénétrables, parce qu'il s'y inſinue d'autre matiere, ſans que le volume du corps augmente, cela vient de la texture du corps, qui laiſſe beaucoup de vuide; c'eſt ce qu'on appelle *pores*; ce ſont eux ſeuls qui reçoivent la matiere étrangere. Si les parties premieres des corps avoient la figure de parallelipipedes, & ſe touchoient mutuellement ſur toute leur ſurface, alors leurs compoſés formeroient une maſſe ſolide ſans aucun vuide; c'eſt-à-dire, qu'elle feroit un contigu très-exact, dans laquelle il ne pourroit abſolument s'introduire d'autre matiere: mais parce que les figures de ces petites parties ou ſont différentes du parallelipipede, ou, ſi elles lui reſſemblent, ne ſe touchent

point ſur toute leur ſurface ; il arrive qu'elles produiſent dans le corps une multitude de pores, lesquels varient d'une infinité de maniere, ſoit par la grandeur, la figure & le nombre. Le microſcope nous fait appercevoir beaucoup de pores dans l'or, la matiere la plus peſante que l'on connoiſſe juſqu'à préſent, & lorsque nous obſervons les corps légers, on voit que leurs parties ſolides ſont un petit objet en comparaiſon de leur volume total. Ces obſervations nous font connoître, comment il eſt poſſible qu'une certaine quantité de mercure s'inſinue dans une maſſe d'or, d'argent, de cuivre &c. & pourquoi l'eau, le vin, l'huile &c. pénetrent tant d'autres corps ſolides.

49. Nous ne connoiſſons point de corps, ſoit ſolide, ſoit fluide, qui ſoit ſans pores. De leur plus grande ou moindre quantité naît la diverſe denſité des corps. On connoît cette denſité, en diviſant la quantité de matiere, que l'on nomme la maſſe ou le poids du corps par ſon volume, ou par la ſolidité géométrique. Ainſi appellant P le poids d'un corps, V, ſon volume, & D ſa denſité, on aura $\frac{P}{V} = D$.

On peut avec cette formule avoir la denſité des corps de différente eſpece. Nous en donnerons enſuite une indice dans l'hydroſtatique.

50. On appelle *mobilité*, la possibilité de faire passer un corps d'un lieu dans un autre, & *quiescibilité*, celle de priver tout-à-fait un corps du mouvement. On a une idée très-familiere de ces deux propriétés.

51. La force d'*inertie*, ou ce que d'autres appellent *force passive*, est cette propriété commune à tel corps quelconque, de persévérer dans l'état de repos ou de mouvement. Cette force est un des principes fondamentaux de la mécanique; elle ne se manifeste que lorsqu'on essaye de changer la situation d'un corps, soit en mouvement, soit en repos: elle agit également sur toutes les directions; ce qui la distingue essentiellement de la tendance vers la terre, qui n'appartient qu'aux corps sublunaires, puisque cette tendance agit seulement dans la direction perpendiculaire à l'horizon; de plus la force d'inertie est seulement relative, aulieu que la force de gravité est absolue, comme nous le verrons plus particuliérement en son lieu.

52. On appelle *attraction* ou *tendance*, l'approche de deux corps, toutes les fois qu'on n'apperçoit point, ou qu'il n'y a pas fondement suffisant à croire, que leur mouvement soit décidé par la vertu de quelque force étrangere. On regarde la force, qui produit ce phénomene, comme intérieure aux corps, ou autrement dit, inhéren-

te à la matiere. Cette force se manifeste dans une infinité de lieux & de rencontres ; on la regarde comme un des principaux agents qui produisent le mouvement dans la nature ; on lui donne ordinairement différents noms.

La tendance mutuelle qu'on observe dans le systême planétaire, & qui retient les corps dans leur orbite, se nomme *gravitation univérselle* ou *force centripete*; son effet est en proportion réciproque des quarrés des distances.

Quoique la chûte naturelle des corps sur la terre soit un effet de la gravitation universelle, on a coutume néanmoins d'appeller *gravité terrestre*, la force qui occasionne cette chûte, ou simplement *gravité*, par la raison qu'on lui trouve le même effet à tous les endroits de la terre qui sont à la même latitude. Un corps tombe avec une égale vitesse, soit que l'expérience se fasse dans un lieu profond, soit qu'elle se fasse sur une haute montagne, parce que les vallées & les montagnes, où l'on peut faire les expériences, sont des quantités très-petites relativement au diametre de la terre ; mais si on porte le même corps à des élévations de pole fort éloignées, on trouvera que la chûte s'opere plus lentement en allant vers l'équateur, & plus vite vers le pole.

Newton établit que la gravité sous la ligne équinoxiale est à celle sous le pole comme 229 à 230,

& que son accroissement en transportant le corps de l'équateur au pole, est à-peu-près comme le quarré des sinus des angles de latitude.

Si l'on considere encore la quantité de matiere qui constitue le corps, alors on appelle *poids*, l'action de la gravité terrestre.

53. Outre la tendance, dont nous avons parlé dans le paragraphe précédent, Newton a découvert dans les premiers éléments des corps une autre espece d'attraction, par laquelle il rend compte de nombre de propriétés particulieres, & de plusieurs phénomenes, qui se démontrent dans les corps sublunaires; tels sont l'adhésion, l'élasticité, la dureté, la fluidité, la solidité, la dissolution de plusieurs matieres, la coagulation d'autres, la fermentation, l'effervescence, l'ascension des fluides dans les tubes capillaires & d'autres semblables effets.

Un nombre infini de phénomenes concourent à la démonstration de cette attraction; par exemple la figure sphérique, que prend la goutte d'eau, dérive de cette force. On dira la même chose de l'union intime & de l'incorporation en forme de sphere, par deux petits globules de mercure.

Si l'on adapte l'un sur l'autre deux pieds de glace, de marbre ou de métal, dont la surface soit bien lisse & bien seche, ils s'attireront fortement tant à l'air libre que dans le vuide. La cause de

leur union ne peut donc pas s'attribuer à la preffion de l'air extérieur. L'eau d'un verre eft attirée fortement par les parois de ce verre, ce qui fait que le verre n'eft pas plein ; l'eau eft plus élevée fur les bords qu'au milieu : on obferve le contraire, en verfant lentement l'eau & tant que le verre en pourra contenir. L'air eft auffi fortement attiré par plufieurs corps folides & s'échappe difficilement de leur furface : il eft fur-tout fortement attiré par l'eau & par plufieurs autres liqueurs, puifqu'on ne vient à bout de l'en détacher qu'avec peine, & fi on lui rend fa liberté, il retourne bien vite s'infinuer dans leurs pores.

C'eft à cette attraction que l'on attribue la formation artificielle & accidentelle de bien des corps. Si par hazard l'efprit acide ou l'huile de vitriol vient à s'approcher d'un corps combuftible, les deux fubftances s'uniffent enfemble auffitôt, & produifent le foufre commun. Si un acide touche auffi un alkali, il s'engendre un fel neutre. On retire les métaux des entrailles de la terre bien différents de ce que nous les employons, parce que leurs petites parties font éparfes dans la mine & mélangées avec différents corps; l'art venant enfuite à les féparer, elles s'uniffent entr'elles avec force, & forment des corps très-folides.

54. L'activité de l'attraction décroît dans les éléments des corps dans une proportion plus

grande que la raiſon inverſe du quarré des diſtances. Cela vient de ce que cette force n'a point d'action ſenſible vers les corps céleſtes; il n'eſt pas aiſé de démontrer, quand elle ſe trouve diminuée dans la raiſon inverſe du cube de ces diſtances, parce qu'elle croît déjà inſenſiblement dans les plus petits intervalles.

On explique aiſément nombre de propriétés particulieres & de phénomenes par cette connoiſſance, & en rapprochant auſſi la variété de contact produite par les différentes figures des particules élémentaires des corps. Si par exemple les éléments d'un corps ſont de figure ſphérique, & que leur ſurface ſoit bien unie, leur contact ſera le moindre poſſible, d'où il ſuit, que ſi la loi d'attraction s'éloigne aſſez de la raiſon inverſe du quarré des diſtances, ces petits corps ſe ſépareront très-aiſément, & gliſſants les uns ſur les autres, formeront un corps fluide. Mais ſi ces particules ont une ſurface raboteuſe ou qui reſſemble au parallelipipede, comme dans ce cas leur contact augmentera, ainſi les effets de l'attraction ſeront plus grands, & empêcheront les particules de gliſſer comme auparavant, d'où il ſuit que le corps ſe développera en forme ſolide, & que cette ſolidité croîtra à meſure que la loi d'attraction s'approchera de la proportion inverſe du quarré des diſtances.

Les différentes loix d'attraction des éléments des corps produifént auffi un grand nombre de phénomenes variés dans les opérations chymiques, comme nous le verrons au chapitre huitieme. L'attraction eft ordinairement défignée dans cette fcience par les noms d'*affinité* ou *convenance des corps*. Jufqu'à préfent les chymiftes fe font contentés de chercher la fimple proportion arithmétique de cette force & d'en faire une table; en difant par exemple, que les acides ont une plus grande affinité avec les alkalis qu'avec les métaux &c.

55. On obferve encore deux autres efpeces d'attraction, qui font cependant particulieres à certains corps; telles font l'attraction *magnétique* & *l'électricité.*

On a reconnu, en obfervant la premiere, que deux pierres d'aimant s'attirent mutuellement, attirent le fer & beaucoup d'autres corps. C'eft auffi à l'attraction électrique que l'on attribue les approches de la paille, des feuilles d'or & d'argent, d'un verre fortement échauffé. Si on électrife fortement un corps avec la machine électrique, & qu'on approche enfuite à diftances compétentes différentes feuilles d'or, d'argent ou de la limaille de fer, de laiton &c. ces corpufcules feront fortement attirés par le corps électrifé.

Il arrive, en faifant cette expérience, qu'après

que les corpuſcules attirés ont touché le corps électriſé, ils s'enfuient avec une grande viteſſe, s'en éloignent juſqu'à ce qu'ils touchent un autre corps non électrique, & retournent bien vite après, toucher le corps électrique. Ils continuent ainſi l'alternative de l'approche & de l'éloignement du corps électrique. Ce phénomene démontre, qu'indépendamment de la force d'attraction il en exiſte une autre, qui fait un effet contraire & qu'on appelle pour cela force *répulſive*. On a ſur cette force beaucoup d'autres découvertes.

56. La pierre d'aimant a auſſi deux poles, l'auſtral & le boréal. Si on place deux pierres d'aimant l'une près de l'autre, enſorte que les deux poles ſe correſpondent, les deux pierres ſe repouſſent auſſi-tôt réciproquement & s'éloignent l'une de l'autre, ce qu'on attribue purement à la force répulſive.

Veut-on mêler le mercure avec l'antimoine dans un mortier de fer? la force répulſive eſt telle, que malgré toutes les peines qu'on ſe donne, l'opération n'eſt jamais complette. On reconnoît auſſi la force répulſive, lorsqu'on eſſaye de détremper dans l'eau certaines couleurs pour la peinture, puisque pour mêler convenablement l'eau avec la couleur, il eſt néceſſaire d'employer un acide qui ait affinité avec l'eau, comme feroit le

vinaigre, le ſuc de limon &c. La force répulſive a auſſi lieu entre l'eau & les matieres huileuſes ou graſſes; une petite boûle de liege frottée avec de la graiſſe & miſe ſur l'eau, produit un creux qui ſert comme de receptacle à la petite boule ſans presque la toucher. On obſerve de ſemblables creux au frai de certains petits animaux ſur l'eau, à cauſe qu'il ſort de leurs pieds une ſueur graſſe. C'eſt à la même force répulſive qu'on attribue la propriété de quelques oiſeaux qui reſtent longtems dans l'eau ſans ſe mouiller les plumes.

CHAPITRE QUATRIEME.

De l'adhéſion, de la dureté, de l'élaſticité & de la molleſſe des corps.

57. De toutes les propriétés des corps, celles qu'il importe le plus de connoître, ſont l'adhéſion, la dureté, l'élaſticité & la molleſſe, parce qu'on en fait un très-grand uſage dans l'artillerie, & dans l'architecture militaire & civile. Nous donnerons ſeulement dans ce chapitre les principales connoiſſances phyſiques de ces propriétés; reſervant de traiter en ſon lieu de leur théorie phyſico-mécanique, & de donner les regles convenables pour les appliquer à la pratique.

On nomme force d'adhéſion, de cohéſion ou de ténacité, la force qui unit les éléments des corps

& s'oppofe à leur féparation actuelle. Lorsque, pour expliquer d'une maniere quelconque d'où procede la difparité de force entre les différents corps, nous venons à jetter les yeux fur la maniere fenfible dont ces éléments font difpofés, nous entendons bien alors ajouter que la répugnance des corps à leur diffolution, outre l'adhéfion & la cohéfion, tire uniquement fon origine du contact & de l'attraction de fes éléments, les particules fenfibles ayant coutume de fe développer dans ce cas à la fracture fous une figure concentrée; comme lorsqu'on caffe le fer de fonte, le métal des cloches & beaucoup de pierres, qui préfentent un grain ferré à la fracture. A l'égard de la ténacité, on veut marquer par-là, qu'indépendamment de l'attraction & du contact des particules fenfibles, elles font jointes & entrelacées en façon de fibres & de lames, ou d'autres femblables figures longues & ramifiées, comme on le remarque à la fracture du cuivre bien purifié, du fer de fonte douce, & de la majeure partie des bois. On entend encore par ténacité une exiftence glutineufe, visqueufe ou graffe dans l'union des parties fenfibles. C'eft pour cela qu'il eft néceffaire de bien diftinguer les noms, lorsqu'on les emploie pour diftinguer une modification phyfique de la force, dont nous parlons; mais quelque foit l'ufage indiftinct de ces noms, il

ſera toujours arbitraire, lorsqu'il ne ſera queſtion que de meſurer la quantité de cette force.

58. On diſtingue l'adhéſion & la ténacité en *naturelle* & *artificielle* : on appelle naturelle, celle des pierres, du bois & de tous les corps qui ſont l'ouvrage immédiat de la nature; on appelle artificielle, celle qu'on remarque dans certains corps, & à la formation deſquels concourt l'induſtrie humaine ; tels ſont quelques corps métalliques, le verre &c. On entend purement par adhéſion, tenacité artificielle, l'union de deux ou pluſieurs corps produite par quelque matiere interpoſée ; telles ſont la *colle*, la *ſoudure*, le *maſtic*, le *ciment* & autres ſemblables.

59. On nomme *dur* & *inflexible*, le corps dont les élements ſont ſi ſolidement unis, que chacun d'eux réſiſtant à tel choc ou preſſion que ce ſoit, il conſerve ſa même poſition relativement à tous les autres, c'eſt-à-dire, que la figure totale du corps eſt inaltérable.

Le diamant eſt le corps le plus dur, qui ſoit connu juſqu'à préſent ; mais comme on peut le tailler, il s'enſuit que nous ne connoiſſons point encore de corps parfaitement dur; nous le conſidérons ſeulement comme tel , relativement à une force donnée ou à d'autres corps.

Si un corps frappé ou comprimé par une force médiocre, vient à ſe briſer ou à ſe fendre, com-

me il arrive au verre, à nombre de pierres communes & différents métaux composés, lorsqu'ils sont réchauffés, on appellera alors ce corps *fragile* ou *aigre*.

60. Si les éléments d'un corps frappé ou comprimé changent leur position respective, sans cependant se désunir sensiblement, on nomme ce corps *flexible*. Et si l'action extérieure ayant cessé, le corps retourne à sa premiere figure, on le nomme *élastique*. L'élasticité est censée parfaite, lorsque le corps reprend précisément sa premiere figure; elle est imparfaite au contraire, lorsqu'il ne la reprend que par approximation; c'est pour cela qu'on assigne différents degrés d'élasticité. Nous ne connoissons point encore de corps parfaitement élastique; il s'en trouve cependant beaucoup, dont l'élasticité differe peu de la perfection; tels sont l'acier trempé, le verre, l'ivoire & la majeure partie des pierres précieuses. Nous connoissons ensuite un grand nombre de corps, dont l'élasticité est plus ou moins imparfaite, tels que les pierres ordinaires, les métaux, les corps solides que l'on tire des entrailles de la terre, les parties solides des végétaux, différentes parties d'animaux &c.

61. Finalement on appelle *mol*, le corps dont les parties constituantes se dérangent facilement & se confondent. Si le désordre & la confusion

aux cas particuliers. La force d'adhésion, par exemple, le mesure avec le poids, jusqu'à ce qu'il puisse faire éclater, fendre & écraser le corps: & de la même maniere qu'une ficelle, tirée sur sa longueur par un poids de 15 livres, venant à se rompre, on dira que sa tenacité est de 15 livres; de même aussi si une corde de tambour a) est tirée sur sa longueur par un poids de 20 livres, on dira que la force d'adhésion de cette corde est de 20 livres.

Lorsqu'on rompt un corps, on produit toujours, pour en mesurer l'adhésion, deux nouvelles surfaces, qui sont égales à l'endroit de la rupture, c'est ce qu'on appelle *sections de rupture*; & si l'adhésion est uniforme dans tous les points physiques ou dans tous les fibres, qui se présentent à la section de rupture, on dit alors que cette force est proportionnelle au nombre des fibres ou à l'étendue de la section. Si on rompt un fil avec un poids de quatre livres, une corde composée avec trente de ces fils sera rompue par un poids de $30 \times 4 = 120$ livres.

En un mot si S exprime la section de rupture d'un corps, P le poids, qui la produit, & que s exprime la section de rupture d'un autre corps de même matiere que le premier, & p le poids ou

a) Ce qu'on nomme un timbre.

qui la produit, on aura S: P:: s: p, d'où l'on tire Sp = sP.

Si nous connoiſſons par l'expérience deux de ces quantités, & que la troiſieme ſoit donnée ou ſuppoſée connue, la quatrieme ſera aiſée à trouver.

Comme les poids qui expriment la force d'adhéſion, ſont proportionnels aux ſections de rupture, ainſi ſi les corps comparés, outre la parité de matiere, ſont encore ſemblables en figure, ces poids ſeront en proportion doublés des côtés homologues des ſections. Si un petit cilindre de fer eſt caſſé par un poids de 250 livres, un autre cilindre du même fer d'un diametre quintuple du premier ſera caſſé par un poids de 25 fois 250 livres, c'eſt-à-dire, par 6250 livres.

64. Pour comparer la force d'adhéſion des corps de matiere hétérogene, il eſt auſſi néceſſaire que les ſections de rupture ſoient égales entr'elles. Les expériences faites ſur les métaux ſuivants cenſés bien affinés, ont donné pour réſultat les moindres poids correſpondants aux ſections de rupture, comme il eſt marqué dans la table ci-après.

TABLE

des moindres poids qui expriment l'adhésion absolue des métaux suivants.

	Sections de rupture.	
	d'un point superficiel.	*d'un pied superficiel.*
	liv.	*liv.*
Plomb ordinaire	75	1555200.
Etain fin d'Angleterre	125	2592000.
Fonte de fer ou gueuse	300	6220800.
La fonte de cuivre ordinaire avec $\frac{1}{6}$ d'alliage d'étain d'Angleterre	390	8087040.
La fonte en cuivre de Suede avec $\frac{1}{8}$ d'alliage d'étain d'Angleterre	450	9331200.
Cuivre bien épuré	750	15552000.
Fer de forge ordinaire	850	17625600.
Autre doux & bien corroyé à la forge	1200	24883200.

On doit observer ici, que lorsqu'on fait des expériences pour mesurer l'adhésion des corps, & spécialement celle qui est le produit de l'art, on les doit répéter quelquefois pour avoir une moyenne, & cela parce qu'il se rencontre facilement des inégalités dans la texture des particules constituantes des corps.

65. La force des corps élaſtiques & des corps mols ſe meſure purement & ſimplement avec un poids; on eſſaye de les plier ou de les détendre le plus qu'il eſt poſſible. Soit C F D un corps élaſtique appuyé ſur une table ſolide A B, ſi l'on appuye ſur le milieu F du corps élaſtique différents poids, il ſe détendra par les deux bouts, juſqu'à ce que le point F touche le plan A B. Le poids P, qui réduit à cet état le corps élaſtique, exprime la force de ſon élaſticité. Si G K H eſt un arc Pl. 2.
d'acier trempé fixé en K, ſi on attache un poids F. 4.
L au milieu de la corde G H, il réduira l'arc à la poſition M K N, le poids L exprimera la force de l'arc réduit à cet état.

On peut encore comparer & meſurer la flexibilité des différents corps avec des poids capables de faire paſſer ces mêmes corps par une filiere déterminée.

66. On compare la dureté des corps par la percuſſion, qu'on emploie de façon qu'elle laiſſe des traces de ſa force. On ſe ſert pour cela de quelque poinçon ou de quelque outil tranchant, afin que le corps dur en ſoit marqué ou taillé après la percuſſion.

On voit inſcrit dans la table ſuivante le réſultat des expériences faites avec différents métaux ſimples & compoſés, pour en comparer la dureté. Ces métaux ont été éprouvés par la force d'un

dé de fer qui, tombant d'une hauteur invariable, frappoit sur un poinçon d'acier de figure conique, d'où les effets du choc exprimés par les cavités se sont trouvés en raison triplée des enfoncements. Si l'on prend ensuite l'inverse des nombres qui expriment ces cavités, on aura le rapport de la dureté. On dira par exemple que la dureté du cuivre est à celle de l'étain comme 2250 à 450, ou comme 5 : 1, & ainsi des autres rapports.

RÉSULTAT DES EXPÉRIENCES.

				Enfoncement du poinçon dans les métaux. atomes.	*Profondeur des cavités.*
Métaux parfaits.	Etain fin d'Angleterre			$28\frac{1}{4}$	2250.
	Cuivre affiné			$16\frac{1}{2}$	450.
	Laiton d'Allemagne			$13\frac{1}{2}$	246.
	Cuivre	Laiton	Etain.		
Mélanges de métaux parfaits.	100		25.	8	51.
	100		20.	$8\frac{3}{4}$	68.
	100		14.	10	100.
	100		12.	$10\frac{1}{2}$	116.
	100	100	24.	$9\frac{1}{4}$	78.
	100	28	8.	12	173.
	100	20	5.	$12\frac{1}{4}$	183.
	100	20	2.	13	220.
	100	6	12.	10	100.

67. Finalement on pourra comparer la molleſſe des corps ou par le choc ou par la peſanteur. Nous traiterons en gros dans la Dynamique de la premiere maniere ; on fera ſeulement obſerver quant à préſent, que pour meſurer la molleſſe des corps par la peſanteur, il faut donner le tems aux corps de ſéjourner également ſur chacune des matieres molles, & le rapport qui en proviendra, ſervira à exprimer celui de la molleſſe des corps.

Si on diviſe le poids P du corps dur par la ſuperficie S de la baſe ſur laquelle il s'appuye, le quotient $\frac{P}{S}$ indiquera la quantité du poids que ſoutient chaque point phyſique correſpondant à la baſe du corps mol. Cette expreſſion ſert à faire connoître, que ſi un cône tronqué A B C D eſt placé ſur une matiere molle, la force avec laquelle il la comprimera, ou la profondeur de cavité que formera le dit cône placé ſur la grande baſe A D, ſera à la profondeur formée par le même cône placé ſur la petite baſe B C, réciproquement comme la moindre ſuperficie B C eſt à la grande A D. C'eſt pourquoi, ſi on ſuppoſe la ſuperficie B C infiniment petite, c'eſt-à-dire, que le cône devienne entier, la force avec laquelle, en s'appuyant ſur le ſommet, il agira ſur le corps mol, ſera infinie, relativement à celle avec laquelle il agit quand il eſt placé ſur la baſe du cône. On

Pl. 2. F. 5.

comprend parlà, pourquoi le cône peut produire dans le premier cas une cavité bien distincte, tandis qu'il ne laisse pas même de trace de sa compression dans le second cas. Elle est pareillement cause que les outils tranchants & les poinçons s'introduisent si facilement dans les corps qui ont de la consistance.

On déduit aussi de l'expression $\frac{P}{S}$ des réflexions & des expédients très-utiles à l'architecture militaire & civile. Par exemple, quand un terrein, sur lequel on doit bâtir, est sujet à s'affaisser un peu, il suffit, pour prévenir & diminuer cet effet dans nombre d'occasions, de faire les fondations beaucoup plus considérables que ne doivent être les murs hors de terre, afin d'augmenter d'autant la base S, sur laquelle doit appuyer le même poids de la bâtisse. En se réglant sur le même principe, pour ne point surcharger une petite partie E du mur ou du pilastre FGHI, par le poids d'un toit ou
Pl. 2. F. 6. d'une statue, au lieu d'y placer le chevalet K, qui soutient le toit ou le pied de la statue immédiatement à l'endroit E, on met dans le premier cas une poutre FMIG, & dans le second une large pierre, afin que le poids soutenu par le chevalet K, ou celui de la statue, soit réparti sur toute la longueur & l'épaisseur du mur ou du pilastre, & ainsi dans d'autres semblables cas.

CHAPITRE CINQUIEME.

Des éléments ſenſibles des corps, & premiérement de la terre & de l'eau.

68. La ſimple obſervation nous a fait connoître le ſyſteme des grands corps qui compoſent l'univers (Chap. 1.); c'eſt par les obſervations & les expériences phyſiques que l'on a découvert les propriétés communes & particulieres des corps (Chap. 2. 3.): il reſte à-préſent à examiner le réſultat des expériences chymiques & d'autres analyſes, pour aquérir une connoiſſance plus intime des corps ſublunaires. On les diſtingue en quatre claſſes, c'eſt-à-dire, les *animaux*, les *végétaux*, les *foſſiles* & les *corps de l'athmoſphere*.

Quoique pluſieurs célebres philoſophes aient fait des tentatives réitérées, & ſpécialement depuis un ſiecle, pour découvrir en quoi conſiſte préciſément la nature des corps, leurs recherches ont néanmoins été vaines juſqu'à ce jour. La diviſibilité de la matiere en parties ſi petites, que malgré tous les ſecours de l'art elles échappent à nos ſens, fait connoître les difficultés qui ſe rencontrent pour acquérir avec le ſecours de l'obſervation & de l'expérience une juſte idée de l'unité & des premiers éléments des corps. C'eſt donc avec raiſon que les philoſophes ont dans

ces derniers tems mis tout leur empressement à tâcher de découvrir les premiers éléments sensibles des corps sublunaires, tels que ceux qui sont plus à notre portée, & à découvrir leurs principales propriétés.

69. On a reconnu par une judicieuse & fréquente analyse faite sur les quatre classes des corps sublunaires, que les premiers éléments sensibles de tous ces corps sont au nombre de quatre, c'est-à-dire, la *terre*, l'*eau*, l'*air* & le *feu*, & que de là combinaison la plus simple que l'on puisse faire de quelques-uns de ces principes, il en résulte deux composés: que l'on appelle *éléments secondaires* des corps; ce sont les *matieres salines* & *huileuses*.

70. La terre ou l'élément terrestre concourt seulement à la formation des corps animaux, des végétaux & des fossiles. Il est fixe de sa nature, puisqu'après avoir été séparé des autres éléments & réduit à sa pureté, il résiste à un feu très-violent, & ne peut être volatilisé en aucune maniere. Les terres cependant que l'on retire de l'analyse des corps, ont des propriétés différentes, à mesure qu'elles proviennent de corps de différentes qualités; ce qui donne à connoître, ou que l'art n'a pas encore pu dépouiller l'élément terrestre de toute autre substance hétérogene, ou simplement que si ces terres sont réduites à leur

pureté, elles different entr'elles dans la combinaison des principes insensibles; cela provient ou de la grandeur, ou de la figure, ou de la seule disposition des premieres unités qui composent cet élément; c'est pour cela que nous ne sommes nullement en état de les déterminer.

71. L'élément terrestre se distingue en quatre especes primitives qui sont,

1°. La terre alkaline, absorbante ou calcaire.

2°. La terre gypseuse.

3°. L'argilleuse.

4°. La vitrifiable.

La premiere espece de terre, exposée à un feu suffisant, se convertit en chaux à l'usage de la maçonnerie.

La seconde espece produit le gyps pour différents usages particuliers aux bâtiments civiles. Ensuite la terre argilleuse, vulgairement dite *terre à pôtier*, sert à former différents vases, les tuiles, les carreaux, les briques &c. & lorsque cette argille est bien pure, on l'emploie particuliérement pour mortier & pour briques servant à la construction des fourneaux de fonderie de l'artillerie & d'autres fourneaux de reverberes. Enfin la quatrieme espece comprend les cailloux pour paver les rues, le sable à maçonner & les pyrites; lesquelles matieres étant mêlées en outre avec une dose suffisante de soute, ou d'un alkali compétent,

ſervent à former les différentes eſpeces de verre dont nous nous ſervons.

Comme les connoiſſances les plus diſtinctes ſur l'élément terreſtre ſont propres & particulieres aux ingénieurs, nous en formons la premiere partie de notre architecture militaire.

72. L'eau eſt l'élément des corps animaux & des végétaux. Cette ſubſtance eſt généralement connue pour diaphane, inſipide, & par conſéquent fluide.

Les propriétés particulieres de l'eau ſont

1°. D'être aiſément volatiliſée & réduite en vapeurs par le feu.

2°. De s'introduire facilement dans les pores de pluſieurs corps, & ſpécialement des végétaux & des animaux.

3° De n'être presque point compreſſible dans l'état de fluidité.

4°. De géler à un degré modéré de froid, & d'augmenter en volume dans cet état.

73. L'eau volatiliſée & convertie en vapeurs s'éleve dans l'athmoſphere, juſqu'à ce qu'elle atteigne cette hauteur, où ſa denſité égale celle de l'air. Lorsque les vapeurs ſont très-abondantes dans l'athmoſphere, on dit que l'air ou que le tems eſt humide, & au contraire ſi les vapeurs éparſes ſont en très-petite quantité, on dit que le tems eſt ſec. On meſure les différents degrés d'humidité de l'air avec un inſtrument nommé

hygrometre. On peut le conſtruire de différentes manieres.

Les vapeurs élevées dans l'athmoſphere nous font voir tous les météores aqueux, tels ſont la roſée, la gelée blanche, le brouillard, les nuées, la pluie, la neige & la grêle. On comprend auſſi l'iris dans les météores aqueux; elle eſt produite par la lumiere du ſoleil, qui dardant ſur un nuage lorsqu'il ſe réſout en pluie infiniment petite, ſe réflechit enſuite vers le ſpectateur qui tourne le dos au ſoleil. Si après s'être rempli la bouche d'une eau limpide, on la rejette en gouttes éparpillées très-menues, & qu'on tourne le dos au ſoleil, on y verra l'iris.

74. L'eau développe une grande force de différentes manieres. Si on en met dans un vaſe au feu, de façon qu'il communique avec l'air extérieur, ainſi qu'on en uſe dans toutes les cuiſines pour faire cuire toutes ſortes d'aliments, & que l'on chauffe ſeulement alors jusqu'à un degré déterminé & tel qu'il produiſe l'ébullition, les vapeurs qui s'exhalent en pareil cas ont peu de force; mais ſi on ferme l'eau dans un vaſe au point de n'avoir aucune communication avec l'air extérieur, la chaleur de l'eau dans cette circonſtance ſera plus conſidérable que la premiere, & ſes vapeurs ſe développeront jusqu'à augmenter dix mille fois & plus de volume, en manifeſtant une

élasticité & une force beaucoup supérieure à une égale quantité de poudre enflammée; car si on enferme toutes ces vapeurs en même tems, pour agir sur une balle de pistolet placée dans un canon, cette balle sera chassée avec bien plus d'impétuosité qu'avec pareille quantité de poudre. Si l'on met dans une grenade une quantité d'eau qui occupe environ le $\frac{1}{4}$ du vuide intérieur, & qu'après avoir fermé le trou exactement & avec grande force, on jette la grenade dans un grand feu, l'eau intérieure se convertit en vapeurs qui font éclater la grenade avec grand bruit, en lançant les éclats tout autour avec une grande violence.

L'eau convertie en vapeurs est aussi capable de donner un mouvement continu à de grandes machines & très-composées. On emploie cet expédient dans les pays où il en coute moins avec le bois, qu'avec d'autres moyens pour arriver aux mêmes fins.

75. Si une goutte d'eau tombe sur un corps très-chaud, & qu'elle n'ait pas le tems de se convertir toute en vapeurs, comme lorsqu'on jette de l'eau sur du métal fondu, elle se dissipe avec grand bruit & avec une telle impétuosité, qu'elle fait sauter tout ce qui se trouve autour du métal fondu, & ce dernier attaque violemment à son tour les corps qu'il rencontre. Pour éloi-

gner, autant qu'il eſt poſſible, toute humidité des fonderies de l'artillerie, on fait beaucoup chauffer tous les inſtruments & toutes les machines qui doivent toucher le métal fondu, & l'on fait du feu dans les canaux, dans lesquels le métal doit couler pour paſſer du fourneau dans les moules; ſans cette précaution il arriveroit beaucoup d'accidens funeſtes.

76. Nos habitants des alpes ſe ſervent de la ſeconde propriété de l'eau (§. 72.) pour fendre les gros rochers avec peu d'effort; ils font à cet effet une fente ou creux dans le rocher, ils y introduiſent à force quelques morceaux de bois en forme de coins, ſur lesquels ils jettent de l'eau, & ils y ajoutent par-deſſus des chiffons fort humides pour les imbiber davantage. Ces bois ainſi imbibés ont tant de force, que ou ils fendent le rocher, ou ſe briſent eux-mêmes, quand la réſiſtance du rocher l'emporte ſur l'action de l'eau.

Si après avoir attaché un poids à l'extrémité d'une corde clouée par le haut, on baigne la corde en l'imbibant d'eau, elle ſe reſſerre & le poids, qui y eſt attaché, monte. Cet expédient à été employé avec beaucoup de ſuccès à Rome, lorsqu'on a remis ſur pied le dernier obélisque pour l'ornement de cette ville.

77. Il réſulte de cette propriété de l'eau, d'augmenter d'un huitieme environ ſon volume à la

gelée, que si l'on emplit un vase d'eau, & qu'on le ferme hermétiquement, l'eau fait à l'instant de sa congélation un très-grand effort contre les parois de ce même vase. Cette force est telle, qu'elle creve un canon de fusil, quoiqu'il ait résisté plusieurs fois à une forte charge de poudre.

Si l'on remplit d'eau une grenade de fer ou de bronze, & qu'on en bouche exactement l'orifice avec une forte vis, ou d'une autre maniere équivalente, ensorte que l'eau ne puisse en se gélant pousser le tampon dehors, si l'on expose ensuite cette grenade ainsi bouchée à un grand froid, tel que celui produit avec deux parties de glace & une de sel marin, & qu'on la laisse enveloppée dans ce mêlange jusqu'à ce que l'eau de l'intérieur soit gelée, en retirant la grenade de cette neige, on la trouvera brisée & fortement endommagée. C'est de cette même propriété de l'eau que vient l'origine de grand nombre de pierres qui se fendent en hiver avec bruit, lorsqu'après avoir été imbibées d'eau par les pluies précédentes, ou par la fonte des neiges, il vient tout-à-coup un grand froid & une forte gelée. On doit aussi attribuer à cette même force, les éclats de plusieurs rochers exposés à une forte gelée, & qui contiennent intérieurement quelque portion d'eau.

CHAPITRE SIXIEME.
De l'air & des vents.

78. L'air eſt un élément plus volatile que l'eau; il eſt, pour ainſi dire, partie conſtituante de bien des corps. Le tartre du vin en contient beaucoup, & le ſel de nitre encore davantage. L'air enveloppe en outre le globe & le penetre par-tout où il trouve du jour, & où la matiere ne le ſurpaſſe pas en peſanteur.

Nous avons continuellement beſoin de reſpirer cet élément pour vivre, & ſi l'air ſe raréfie ou reſte trop denſe, nous en ſommes auſſi-tôt incommodés. Ceux qui deſcendent dans des puits très-profonds ou dans des lieux ſouterrains pour la fouille des mines, rencontrent un air plus denſe; ſi l'on monte au contraire à la cime des hautes montagnes, on y trouvera l'air beaucoup plus rare, au point que la difficulté de reſpirer ſe faiſant ſentir ſouvent, oppreſſe la poitrine & que l'on tombe auſſi en défaillance. Il arrive quelquefois que les objets ſemblent plus petits dans les premiers moments qu'à l'ordinaire, qu'on entend parler les autres avec une eſpece de confuſion, & l'imagination eſt ſi offusquée alors, que tout ce qu'on voit & ce qu'on entend paroît un ſonge. Des ſenſations ſi extraordinaires continuent juſ-

qu'à ce que l'air, que nous avons dans le corps, ſoit raréfié au même point que l'air extérieur ſur la cime des montagnes.

79. Quoique la matérialité de l'air ne tombe pas ſous le ſens de la vue, on trouve néanmoins à cet élément tous les attributs & les propriétés communes à tous les corps, tels que l'extenſion, la diviſibilité, la réſiſtance, la mobilité, le poids &c. Si on fait mouvoir un éventail devant le viſage, on ſent quelque choſe de matériel qui agit; ſi on veut mouvoir l'éventail avec viteſſe, on ſent une réſiſtance à la main, qui croîtra en même raiſon que l'éventail. Cette expérience familiere ſert à démontrer la réſiſtance de l'air, ſa mobilité & ſon action contre les autres corps. Si l'on introduit une grande quantité d'air dans un ballon ou dans un autre vaſe, enſorte qu'elle ne puiſſe plus s'en échapper, on trouvera le ballon & le vaſe plus peſants. On prouve par-là la peſanteur de l'air.

80. Les propriétés particulieres de l'air ſont de pouvoir ſe raréfier, ſe condenſer & d'être élaſtique. Si après avoir reſſerré une portion d'air dans une veſſie bien fermée, on l'approche du feu, on verra la veſſie ſe dilater & conſéquemment l'air reſſerré ſe raréfier, puiſque, ſi on vient à comprimer la veſſie avec tel lieu que ce ſoit, on rencontre une réſiſtance. Si l'on place au contraire

la

la vessie dans un lieu très-froid, son volume diminuera sensiblement. Ce phénomene fait connoître la condensation de l'air renfermé.

On démontre aussi de différentes manieres au moyen d'une seringue ou de la machine pneumatique, qu'il est possible de raréfier l'air ou de le rendre beaucoup plus dense.

Les expériences suivantes prouvent l'élasticité de l'air. Si on adapte au vase P T V Q, un tube A D ouvert aux deux extrêmités, & qu'après avoir mis dans le vase une quantité d'eau R T V S, qui surpasse l'extrêmité D du tube, on y introduise ensuite avec une seringue beaucoup d'air qu'on y retient en fermant la clavette N, toutes les fois qu'on ouvrira cette clavette, l'eau sortira par l'ouverture A en formant un jet, parce que l'air resserré dans la partie supérieure R P Q S, presse continuellement par son élasticité sur la superficie R S de l'eau. On appelle cette machine, la *fontaine d'Hiéron*, parce que ce philosophe en a été l'inventeur. Pl. 2. *F. 7.*

L'impétuosité, avec laquelle la balle sort du fusil à vent, est un pur effet de l'élasticité de l'air resserré en grande quantité dans le fusil.

Si on plonge un verre dans l'eau, l'orifice tourné par en-bas, on voit l'eau s'y introduire seulement en petite quantité; & à telle profondeur que le verre soit plongé, il existe toujours du

vuide dans la partie ſupérieure, quoiqu'il diminue quand le verre eſt à une grande profondeur. On attribue cet effet à la réſiſtance que l'air oppoſe par ſon élaſticité. On peut au moyen de cette propriété faire deſcendre une lumiere allumée au fond d'un vaſe plein d'eau. Les plongeurs s'en ſervent pareillement pour deſcendre au fond
Pl. 2. F. 8. de la mer G H & y reſter longtems, parce qu'ils y reſpirent l'air qui eſt dans la partie ſupérieure L E M du vaſe B C E; on attache au fond de ce vaſe les poids B, C, pour l'empêcher de virer ſens deſſus deſſous, & pour que l'air ne s'échappe pas, parce qu'en pareil cas il monteroit bien vite en forme d'ébullition à la ſuperficie de la mer K I.

81. L'air de l'athmoſphere gravite par ſon poids ſur tous les corps terreſtres; on le prouve de bien des manieres. Si on applique deux hé-
Pl. 2. F. 9. miſpheres A B C, A D C, l'un ſur l'autre, de façon qu'ils ſe touchent exactement, & laiſſent un vuide intérieur E B F D, & qu'on en tire tout l'air autant qu'il eſt poſſible, il faudra une grande force ou un grand poids G pour les ſéparer, & cette force devra être d'autant plus grande que le diametre A C des hémiſpheres augmentera. On attribue ce phénomene à la preſſion extérieure de l'air, puiſque ſi on ſupprime cette preſſion en plaçant les hémiſpheres au milieu du feu ou ſous

le récipient de la machine pneumatique, dont on aura tiré l'air, on verra qu'un poids beaucoup moindre que G suffit pour séparer les deux hémispheres.

Si l'on prend un tube HK d'un diametre quelconque, long d'un pied $\frac{2}{3}$ ou plus, & fermé exactement à son extrémité K, si on le remplit de mercure, qu'on plonge son extrémité H dans le vase L, qui contient aussi du mercure, & si on dispose le tube dans une position verticale, on verra le mercure du tube descendre jusqu'en I, où il s'arrêtera tant que la situation de l'athmosphere ne changera pas. Mais si le chaud, le froid, le vent ou quelqu'autre chose altere la densité de l'athmosphere, alors le mercure montera ou descendera dans le tube, selon que l'air deviendra plus pesant ou plus leger.

On appelle *barometre* un tube ainsi disposé, ou d'une autre maniere équivalente, comme MN; & *hauteur du barometre* la distance verticale HI, qui varie entre la superficie inférieure H & la supérieure I du mercure; elle est de 213 points dans la plus grande pression de l'athmosphere sur la superficie de la terre, de 207 dans la moyenne & de 200 dans la moindre. On prouve aisément, que la hauteur, à laquelle le mercure se fixe dans le barometre ou dans tel autre vase que ce soit, disposé avec les circonstances ci-

ſoit égale ou moindre que la hauteur d'un barometre conſtruit avec cette liqueur.

2°. Qu'après avoir tiré par la ſuperficie G de la liqueur, l'horizontale G L, il y ait encore une partie L N du ſiphon deſſous l'horizontale ſusdite, parce que ſi l'on coupoit le ſiphon en L, la liqueur s'arrêteroit tout de ſuite dans le ſiphon, & ſi on le coupoit en M, toute la liqueur retourneroit en arriere, & ſe déchargeroit dans le vaſe par l'extrémité G.

83. L'air de l'athmoſphere eſt ſouvent en repos, & d'autres fois il ſe meut pendant une certaine étendue de pays; on dit alors que le *vent ſouffle.* Le vent ne differe donc pas plus de l'air que l'eau d'un fleuve ne differe de celle d'un lac.

Les cauſes qui produiſent le vent ſont nombreuſes; on les diſtingue en générales & particulieres. Nous ne nous engagerons pas dans cette matiere, il nous ſuffit ſeulement de donner la diſtinction des vents.

On appelle *vent du nord* ou la *biſe*, lorsque le vent ſouffle dans la direction du pole arctique au pole antarctique; *auſtral* ou *vent du midi*, ſi la direction eſt du pole antarctique au pole arctique; on appelle *vent du levant* celui qui ſouffle de l'orient au couchant, & *vent du ponent* celui qui ſouffle de l'occident à l'orient.

Pour ſe former une juſte idée des vents, ſup-

posons que l'on soit dans une grande plaine au lieu A, duquel, comme centre, on décrive le cercle B C D E, & qu'on divise en quatre parties égales B, C, D, E, de façon que le diametre B D, soit dans la direction des deux poles, alors si B représente le pole arctique, D sera l'antarctique, C l'occident, E l'orient, d'où il s'ensuit que B sera la bise qui se marque avec une fleur de lis, le levant par une croix, D le midi, & C le ponent. On appelle ces quatre vents, *premiers* ou *cardinaux*. Pl. 2. Fig. 3.

On appelle *vents secondaires* les autres quatre vents qui soufflent dans des directions intermédiaires aux vents cardinaux. Donc si l'on divise chaque quart de cercle par moitié aux points F, G, H, K; & que l'on tire les rayons au centre A, on nommera *nord-ouest*, le vent qui souffle de F en A; *sud-ouest*, celui qui souffle de G en A; *sud-est*, celui qui souffle de H en A, & *nord-est* ou *vent gres*, celui qui souffle de K en A.

Enfin on en divise chacun de ces principaux par moitié, & ayant tiré les rayons, les vents, qui soufflent dans ces directions, s'appellent *vents moyens* : par exemple L se nomme nord-nord-ouest; M, ouest-nord-ouest; N, ouest-sud-ouest; O, sud-sud-ouest; P, sud-sud-est; R, est-nord-est; S, nord-est-nord.

On appelle cette figure la *boussole marine*, elle

ſert pour la méditerrannée ; car on marque encore les quarts de vents pour la navigation de l'océan, en diviſant par moitié les diviſions principales. Généralement parlant on ne s'arrête ſur terre qu'aux huit premiers vents ; c'eſt tout au plus ſi on en obſerve plus de quatre dans les pays montueux. Pour connoître le vent qui ſouffle, on place une girouette iſolée au haut du toit des maiſons, ſur la cime des tours ou d'autres lieux élevés ; ces girouettes tournent avec facilité autour de leur axe & en ſuivant la direction des vents.

Le vent ſouffle quelquefois comme par couche ; car on voit les nuages en grand mouvement, tandis que l'air eſt tranquille ſur la ſurface de la terre. Il ſuccede d'autrefois des vents tout oppoſés, ou bien il arrive que tandis qu'un vent ſouffle ſur la terre, il ſouffle en haut un vent tout différent ; cela vient ſouvent d'un mouvement contraire entre les nuages élevés, & ceux qui ſont bas. Finalement on voit un vent ſouffler juſqu'à une certaine hauteur, où il eſt contrarié par un autre vent La variété de figure & de mouvement dans les grands lacs & ſur la mer nous rendent ce phénomene très-intéreſſant.

84. Le vent ſouffle avec une plus grande force, à meſure que l'air ſe meut avec plus de viteſſe ; il s'échappe de la poudre impalpable & d'au-

tres choses légeres qui planent sur la surface de la terre: les ondes de l'eau dans les lacs, & les lames de la mer servent à déterminer la vitesse du vent.

L'expérience nous apprend que le vent a déjà une grande vitesse, lorsqu'il parcourt 15 pieds *) en une minute seconde, puisqu'il déracine les arbres, jette à terre le toit des maisons & produit d'autres désordres semblables. On mesure les différents degrés de force du vent avec l'instrument nommé *anémometre*, une telle chose est très-utile dans les pays, où l'on emploie les moulins à vents faute d'eau.

85. Les vents, dont nous avons parlé jusqu'à présent, soufflent en ligne droite; mais s'ils prennent par hazard un mouvement vertical, on les nomme alors *tourbillons*.

On voit de tems en tems de ces tourbillons sur terre, au moyen d'une grande poussiere & des corps légers qui s'élevent en tournant autour d'un centre mobile en guise de spirale. Ces tourbillons sont par fois si forts, qu'ils déchirent & déracinent les arbres de grande résistance, ils élevent sur mer des colonnes d'eau à de grandes hauteurs, & renversent aussi des bâtiments d'un transport considérable.

*) Ce sont des pieds Liprands.

CHAPITRE SEPTIEME.

Du feu, de la lumiere & des couleurs.

86. L'Elément du feu eſt le plus volatil de tous (§. 69.); il eſt compoſé de parties très-déliées qui ſe meuvent rapidement. Cette matiere ſe trouve dans tous les corps & dans tous les lieux, où on peut faire des expériences. Si l'on frotte fortement deux corps ſolides, ils deviendront bientôt chauds, & s'ils ſont de bois, ils s'allument & flambent. Si l'on frappe les corps durs, tels que l'acier trempé, les pierres, le criſtal de roche &c. ils jettent des étincelles de tous côtés. On fait avec la machine électrique nombre d'expériences, par lesquelles le feu ſe dévelope viſiblement & de la même maniere que le feu ordinaire, ſoit en brûlant, ſoit en fondant, ſoit en détruiſant les corps ſuſceptibles de ces effets; les feux follets, que les navigateurs voient quelquefois s'attacher dans les tems de bourrasque aux antennes, & aux cordes de leurs vaiſſeaux, ne ſont autre choſe que des feux électriques qui y ſéjournent en grande quantité. Les marins ont coutume de donner à ces feux toutes ſortes de noms, tels que le *feu St. Elme*, *Caſtor* & *Pollux* &c. On regardoit autrefois ces apparitions comme des choſes extraordinaires & qui menaçoient le

bâtiment de sa perte. On n'en tient aujourd'hui aucun compte, & ceux, qui vont aux Indes orientales, voient très-souvent de semblables phénomenes dans le tems de leur navigation.

D'habiles philosophes ont fait depuis peu de très-belles découvertes sur le feu électrique. On doit certainement mettre de ce nombre, le diligent, docte & très-éclairé pere BECCARIA, professeur en cette université royale; ses ouvrages, qui sont imprimés, pourront aider beaucoup ceux qui sont curieux de pénétrer dans ces matieres.

87. Les deux caracteres distinctifs du feu sont,

1°. *D'exciter la chaleur.*

2°. *De transmettre la lumiere.*

Il arrive cependant quelquefois, comme dans certaines nuits de l'été, que l'on sent une grande chaleur sans voir de lumiere, & il arrive d'autres fois, que l'on voit beaucoup de lumiere, sans sentir la moindre chaleur, comme on le remarque au tems de la pleine lune quand la nuit est sereine.

88. La propriété du feu est de s'insinuer facilement dans tous les corps, en produisant une variété d'effets, relativement à la quantité de feu introduite & à la qualité des corps qui le reçoivent.

Généralement parlant le feu dilate les corps, dans lesquels il s'introduit; cette dilatation se développe au point de rendre les corps les plus

compactes, tels que le mercure, le plomb &c. plus légers que l'air, d'où ils s'élevent ensuite dans l'athmosphere sous la forme de vapeurs. Il se trouve cependant quelques especes de corps qui se contractent au feu, tels que le bois & la majeure partie des matieres animales.

Le feu est l'agent le plus actif qui soit connu jusqu'à présent; s'il s'introduit en abondance dans un corps, il le décompose, ainsi qu'on l'observe au bois enflammé, aux pierres & aux autres matieres qui se calcinent ou se vitrifient. Mais s'il s'introduit en petite quantité, il ne fait alors que forcer l'adhésion de bien des corps solides, en les faisant passer à l'état de fluidité, comme il arrive au suif, à la cire, à la poix, aux métaux &c.

89. La propriété particuliere au feu, de dilater les corps, a fait inventer deux instruments pour mesurer l'augmentation & la diminution de la chaleur: l'un d'eux est le *thermometre*; il sert à marquer les variations de chaleur de l'athmosphere & des autres liqueurs; l'autre instrument est le *pyrometre*, qui marque les dilatations produites par différentes flammes, qui chauffent une petite barre de métal.

90. On appelle *froid* la disette du feu; & quand elle est grande ou qu'il n'y a plus de feu, alors on dit que le froid est excessif. Le froid réduit les végétaux à l'inaction, & coûte la vie à nombre d'animaux.

Nous avons la maniere d'exciter un froid ſupérieur à celui qui eſt produit par la glace & par la neige; il ſuffit de mêler pour cela ces matieres avec quelque ſel. Si on mêle une partie de ſel de nitre raffiné avec deux parties de neige ou de glace, la liqueur du thermometre de Paris deſcendra à deux degrés ½ au-deſſous de la glace; ſi on emploie du ſel marin à la place du ſel de nitre, la liqueur deſcendra à 11 degrés; & à 12 degrés, ſi l'on fait uſage du ſel ammoniac. On emploie en été le mêlange de la glace & du ſel marin pour faire des glaces & toute autre ſorte de gelée.

Comme le ſel de nitre, avant d'être raffiné, eſt mêlé avec le ſel marin, & que ce ſel rallentit la force de la poudre enflammée; c'eſt pourquoi ſi on mêle une portion égale de poudre & de neige, & qu'on plonge le thermometre de Paris dans ce mêlange, la liqueur deſcendra plus bas que 2½ degrés au-deſſous de la glace; ce qui prouvera que le ſel de nitre contient encore du ſel marin, & par conſéquent que la poudre n'eſt pas bonne.

91. On trouve le feu dans bien des corps dans un état différent de celui déſigné juſqu'ici. L'inflammation de ces corps en démontre évidemment l'exiſtence en qualité de principe conſtituant. Il ſemble que le feu élémentaire ſoit combiné avec

une autre fubltance, pour fe développer dans ce fecond état, & former, pour ainfi dire, un principe ou élément fecondaire & fenfible de ces corps.

On nomme le feu dans ce fecond état *matiere combuftible*, *foufre principe* & *phlogiftique*. On les diftingue du feu ordinaire par les propriétés fuivantes.

1°. Son union aux corps ne leur communique ni chaleur ni lumiere, & ne change en aucune maniere leur état folide en fluide, comme on l'obferve à l'efprit de vin, au bois, au charbon & à la poudre de guerre, matieres qui contiennent beaucoup de phlogiftique.

2°. On peut enlever le phlogiftique du corps, auquel il eft uni, pour le transporter dans un autre, dont il peut devenir partie intime.

Le cuivre, l'étain, le plomb &c. quoiqu'ils ne foient point inflammables, contiennent néanmoins beaucoup de parties combuftibles. Lorsque ces métaux font pénétrés par un grand feu, fans cependant toucher aucun corps combuftible, ils perdent ce qu'ils en ont, & le refte de la matiere métallique fe réfout en forme de fcorie ou de verre. Mais fi on pile ces matieres, & qu'après les avoir mêlées avec une quantité de charbon, on les expofe à un degré de feu convenable, elles regagneront le phlogiftique perdu & reparoîtront

de nouveau ſous la forme métallique. L'opération, par laquelle les fondeurs retirent les pains de raffinement des ſcories, qui proviennent des fontes de l'artillerie, eſt fondée ſur ce principe.

92. On croit que les météores ignés que l'on remarque de tems à autre, ſont ſouvent produits par des matieres combuſtibles mêlées avec quelque acide. Lorsque ces matieres ſont dilatées à un certain point par la chaleur, elles deviennent moins denſes que l'air, elles s'élevent enſuite dans l'athmoſphere, ſavoir les parties ſolides en forme d'exhalaiſons, & les fluides en forme de vapeurs; là il s'excite entr'elles une efferveſcence qui les réchauffe, elles s'allument enſuite, & brillant avec éclat, produiſent la reſſemblance, tantôt d'une aurore boréale, tantôt de différentes figures humaines, & tantôt des lueurs brillantes & des éclairs. Les feux follets & brillants que l'on apperçoit quelquefois dans les cimetieres dans les nuits d'été, & d'autres météores ſemblables, ſont le réſultat des exhalaiſons cideſſus, & d'un aſſemblage de vapeurs qui développent des météores ignés de différentes eſpeces, ſelon qu'elles varient en quantité ou qualité. Ces météores ſont produits d'autrefois par le feu électrique.

93. On appelle lumiere la matiere très-ſubtile du feu élémentaire, lorsqu'elle fait à l'œil une

impreſſion capable d'exciter en nous l'idée de la clarté; ou qu'elle nous fait appercevoir la grandeur, la figure, le lieu, la diſtance & les couleurs des corps placés à diſtance convenable de l'œil.

Les philoſophes ne ſont pas encore bien d'accord ſur la maniere, dont un corps lumineux & éclairé vient faire ſenſation ſur l'œil. La majeure partie croit cependant, que la lumiere, qui excite le ſentiment de la vue, eſt la même que celle qui ſort d'un corps lumineux, ou qui eſt réfléchie par un corps éclairé. Nous parlerons de la lumiere d'après cette idée, car dans le cas où elle ne feroit pas conforme au procédé de la nature, cela n'affoibliroit point ce que nous avons à dire ſur les phénomenes de la lumiere, & ſur les modifications auxquelles elle eſt ſujette, puiſque la vérité des propoſitions que nous citerons eſt fondée ſur le réſultat conſtant des expériences.

Soit donc que la lumiere ſorte d'un corps lumineux, ou ſoit qu'elle ſoit réfléchie par un corps éclairé, elle ſe répand tout autour, comme autant de rayons d'une ſphere qui partant du centre aboutiſſent à la ſurface ſphérique, d'où il arrive que la lumiere eſt plus rare & fait moins d'effet, à meſure qu'elle s'éloigne du point de départ. Une chandelle allumée ſuffit pour éclairer une chambre de grandeur ordinaire & pour y diſtinguer

diſtinguer les grands objets; mais ſi on veut lire une écriture menue, on ne ſe trouvera plus en meſure dans aucun endroit de la chambre, il faudra alors approcher l'écriture de la chandelle allumée.

On peut démontrer de bien des façons, que la clarté de la même lumiere diminue en raiſon inverſe du quarré des diſtances.

94. La viteſſe, avec laquelle la lumiere ſe meut, eſt très-grande; celle des corps lumineux, que l'on connoît ſur terre, parcourt pluſieurs milles dans un inſtant.

Cette connoiſſance & la découverte, que d'autres expériences ont données, que le ſon & le bruit parcourent 660 pieds par ſeconde, conduit aiſément à déterminer la diſtance, qui ſe trouve entre le lieu, d'où l'on voit la clarté d'une arme à feu qui tire, ou de la foudre qui tombe, & celui où ſe trouve le ſpectateur; il ne faut pour cela que compter les ſecondes de l'inſtant où l'on a vu cette clarté, juſqu'à celui où l'on entend le bruit; ce nombre multiplié par les dits 660 pieds donnera la diſtance cherchée.

La viteſſe, avec laquelle nous avons dit que le ſon & le bruit ſe meuvent, n'eſt point altérée, ſoit qu'elle agiſſe le jour, la nuit, dans un tems ſerein, ſec ou bien humide ou pluvieux; ces circonſtances n'influent en rien ſur ſon activité:

mais si le vent souffle dans la direction du son, alors sa vitesse se joindra à celle du vent; elle diminuera au contraire, si le vent souffle dans une direction opposée.

95. Les rayons de lumiere transmis par un corps, continuent à cheminer dans la même direction, tant qu'ils se meuvent dans le vuide, ou qu'ils traversent un milieu diaphane & homogene. Les phénomenes résultants de cette loi de la nature forment l'objet d'une science que l'on nomme *l'optique*.

Si ensuite les rayons lumineux rencontrent un corps opaque dans leur chemin, ils se réflechissent & produisent d'autres phénomenes: c'est cette théorie que l'on appelle *catoptrique*.

Enfin si les rayons de la lumiere traversent des milieux diaphanes & d'inégale densité, ils se rompent & changent de direction. Les loix de ces phénomenes constituent une troisieme science dénommée *dioptrique*.

96. Les directions de rayons, qui sortent d'un même point lumineux A, sont toutes divergentes, puisqu'elles tendent du centre à différents points d'une superficie sphérique (§. 93.); telles
Pl. 3. sont les directions AB, AC, AD, AM, &c.
F. 14 Si l'on observe ensuite, que le corps AK, à plusieurs points lumineux A, G, K, on apperçoit alors, que parmi les rayons rassemblés à ces points,

quelques-uns ſont paralleles comme A C, G E, K F, d'autres ſont divergents comme A D, G H, K L, & d'autres enfin ſont convergents, d'où ils ſe coupent mutuellement, tels ſont les rayons AB, GE, GH, KF, &c.

Il réſulte de cette obſervation, que ſi on place un plan vis-à-vis une lumiere quelconque, ce plan devient la baſe d'autant de colonnes lumineuſes, qu'il y a de points éclairants dans la lumiere. C'eſt pour cela que ce plan ſera d'autant plus éclairé, que le nombre des points rayonnants de lumiere ſera plus grand. Cette connoiſſance eſt très-commune, perſonne n'ignore que la chambre la plus éclairée, eſt celle qui a un plus grand nombre de fenêtres, ou qui ſont plus ſpacieuſes, & que la clarté augmente dans une chambre la nuit à proportion des lumieres.

97. Il faut, pour voir un objet quelconque B C, que la lumiere transmiſe par l'objet entre dans l'œil D I L, par l'ouverture E F de la prunelle, & qu'allant peindre l'image G H du même objet à la rétine, elle y faſſe une impreſſion ſuffiſante, pour transmettre la ſenſation au cerveau, au moyen du nerf optique L M. Pl. 3. F. 15

On voit aiſément par-là, que ſi la lumiere transmiſe par l'objet eſt petite, ou elle n'aura pas aſſez d'activité, ou à cauſe de quelque tache qui ſe trouvera devant la prunelle, elle n'entrera point

dans l'œil; on ne pourra plus dans tous ces cas voir l'objet.

On doit remarquer ici, que l'image peinte à la rétine eſt toujours dans une poſition renverſée, on peut comparer cet effet avec un œil artificiel, ou en examinant la direction de chacun des rayons, qui s'introduiſent dans l'œil.

On appelle *rayons viſuels*, les rayons convergents B D, C D, qui partant de l'extrêmité B C de l'objet, ſe coupent au point D, de rencontre de l'œil, & nous voyons toujours l'objet plus grand, à raiſon de l'ouverture de l'angle viſuel B C D. Cette propriété ſert de regle fondamentale à l'optique & au tracé de la perſpective. On comprend aiſément par la même raiſon, pourquoi une rue ou une allée d'arbres ſemble plus étroite & plus baſſe au fond, quoique les maiſons & les arbres ſoient paralleles & d'égale hauteur ſur toute l'étendue de la rue & de l'allée.

98. Outre les corps opaques, les plus durs & les plus compactes, & ceux qui peuvent atteindre à un poli plus parfait à leur ſuperficie, & dont la couleur approche le plus du blanc, ſont les plus propres à réfléchir la lumiere. Nous en avons la preuve dans la neige, dans les miroirs &c. Mais comme une ſurface quelconque, telle polie qu'on puiſſe la rendre, a encore beaucoup d'inégalités, il s'enſuit que la lumiere qui tombe ſur

un corps opaque ne se réfléchit pas toute. Il en eſt de même pour tous les corps.

On peut diviſer en trois portions la lumiere, qui tombe ſur un corps opaque; l'une d'elles ſe réfléchit réguliérement, c'eſt-à-dire, que l'angle d'incidence a une proportion conſtante avec celui de réflexion; la ſeconde portion de lumiere conſiſte dans les rayons qui ſe réfléchiſſent irréguliérement de tous côtés. On comprend enfin dans la troiſieme les rayons abſorbés par le corps opaque.

On nomme *miroir*, un corps opaque lorsque la portion de lumiere de la premiere eſpece y eſt beaucoup plus conſidérable que les deux autres; car quoiqu'il ſoit peu viſible, comme tout le monde ſait, il ſert cependant à repréſenter diſtinctement l'image des objets éclairés, qui ſe préſentent devant lui. Le corps opaque ſe nomme *corps brillant*, lorsque la portion de lumiere la plus abondante eſt de la ſeconde eſpece. Ces derniers ſe voient beaucoup plus diſtinctement. Enfin on nomme le corps opaque *obſcur*, lorsque la portion de lumiere de la troiſieme eſpece domine. Il y a dans ces derniers corps différents degrés d'opacité.

99. Les regles de catoptrique ne s'appliquent qu'aux rayons réfléchis réguliérement. C'eſt pourquoi les miroirs de ſurface réguliere, ſoit

qu'elle soit plane, concave ou convexe, sont l'objet de la catoptrique.

La propriété fondamentale de la catoptrique est que l'angle d'incidence B C K, formé par un rayon quelconque de lumiere B C, avec la perpendiculaire C K, à la surface F G du miroir,
Pl. 3. F. 16 est toujours égale à l'angle de réflexion D C K. Quiconque employera avec l'attention convenable cette proposition & celle de l'optique donnée (§. 97.) sera en état de prévoir & de donner raison de tous les phénomenes produits par les miroirs. On saura par exemple,

1°. Pourquoi les miroirs à surface plane doivent représenter l'image conforme à l'objet & de la même grandeur qui convient à la distance entre l'objet & le miroir; pourquoi cette image doit paroître au-dedans du miroir à une distance égale à celle qui est entre l'objet & le miroir.

2°. Pourquoi le miroir de superficie convexe doit aussi représenter l'image en-dedans; mais plus la convexité sera grande, plus l'image paroîtra plus petite & plus figurée près de la superficie du miroir.

3°. Pourquoi le miroir de superficie concave sphérique doit représenter l'image en-dedans seulement quand l'objet sera plus près que le quart du diametre sphérique; & pourquoi une semblable image doit paroître plus grande & à

plus grande diſtance que celle de l'objet, à meſure que la concavité du miroir eſt plus grande : mais quand l'objet ſera à une diſtance plus grande que le $\frac{1}{4}$ du diametre, l'image devra paroître hors du miroir & renverſée.

100. On nomme *miroirs ardents* les miroirs de ſuperficie concave ſphérique, parce qu'en rendant les rayons réfléchis convergents, ils raſſemblent beaucoup de rayons de lumiere dans un eſpace très-réduit, au point de réchauffer d'une façon marquée, d'allumer, fondre & calciner même les corps les plus compactes. On appelle *foyer du miroir ardent* un tel point de réunion; il eſt diſtant de la ſuperficie du quart du diametre de la ſurface ſphérique. On peut auſſi faire des miroirs ardents de figure parabolique, hyperbolique, elliptique &c. chacun de ces miroirs a ſon foyer à des diſtances différentes.

La propriété des miroirs ardents qu'on vient d'expliquer, a donné lieu aux anciens artilleurs de configurer les chambres de mortiers comme les miroirs ardents, ils ont cru augmenter par-là la force de la poudre & la longueur du tir. Cette erreur pouvoit s'excuſer en quelque maniere dans un tems où l'on croyoit que la force de la poudre dépendoit uniquement du feu, mais une telle propoſition ſeroit ridicule aujourd'hui, que l'on ſait que la force de la poudre dépend d'un fluide

élastique naturellement renfermé dans le salpêtre, qui se met en liberté, & agit à mesure que le feu détruit ses liens, puisqu'en pareil cas les rayons supposés ne peuvent avoir lieu. Il faudroit d'ailleurs, pour produire l'augmentation de force prétendue, qu'ils existassent & pussent se mouvoir selon les regles de la catoptrique.

Si cependant l'expérience prouve, qu'il se manifeste une variété de forces en plaçant diversement la poudre dans les armes à feu, cela provient d'autres causes, qui se démontrent dans l'examen sur la poudre.

101. L'air, l'eau, le verre, le cristal, les pierres précieuses & autres corps semblables transparents, rompent les rayons de lumiere, lorsque ceux-ci passent obliquement de l'un de ces corps dans un autre qui résiste différemment.

Que l'on pose dans le fond du bassin F G, une monnoie B, les rayons de lumiere, qui se réfléchissent de cette monnoie hors du bassin, occuperont seulement le secteur D B H, d'où l'œil placé dans quelque point de l'arc D H, pourra voir la susdite monnoie Mais si l'on emplit le bassin d'eau, la monnoie deviendra visible à tous
Pl. 3. F. 17 les points de l'arc A D H K, parce que le rayon de lumiere B F, en sortant de l'eau pour passer dans l'air, aulieu de suivre son chemin suivant la direction B F D, se rompt & s'incline dans la

direction F A; il en eſt de même du rayon B G, & le ſpectateur placé en A voit la monnoie B, comme s'il ſe trouvoit en C dans la direction du rayon A F. Si par la même raiſon la monnoie ſe trouvoit en A, & le ſpectateur en B, ce dernier verroit l'objet A, comme s'il étoit en D.

Toutes les fois donc que le ſpectateur eſt dans un milieu différemment réſiſtant de celui dans lequel eſt l'objet, il voit toujours l'objet dans un lieu plus élevé que celui dans lequel il eſt réellement. Delà vient que ſi T repréſente la terre, N P l'athmoſphere, & ſoit M un aſtre qui ne fait que poindre ſur l'horizon R S, ou qui eſt à peine diſparu, le ſpectateur placé en R verra l'aſtre en L au-deſſus de l'horizon, parce que le rayon de lumiere M N ſe rompt en paſſant du vuide dans l'athmoſphere, & changeant de direction à meſure qu'il rencontre un air plus denſe, il décrit la courbe N O R, dont R L, étant la tangente, donne la direction, ſuivant laquelle le ſpectateur R voit l'aſtre ſusdit. Il arrive auſſi d'après la réfraction de la lumiere, qu'un bâton & une rame placés obliquement dans l'eau paroiſſent rompus ou tortus.

102. La lumiere ſe diviſe en deux parties au moment de la réfraction, l'une obſerve une loi conſtante en ſe rompant à chaque milieu homogene; c'eſt l'objet de la dioptrique, mais on ne

peut réduire l'autre à une ſcience certaine, à cauſe de l'irrégularité de ſa réfraction: il ſuffit d'obſerver, que lorsque cette portion de lumiere rompue irrégulierement eſt abondante, nous avons de la peine à bien diſtinguer les corps, que nous voyons par l'interpoſition d'un milieu diaphane.

En examinant cependant la réfraction réguliere de la lumiere, ſoit A B M N un milieu rare tel que l'air, A B K L un milieu denſe, tel que
Pl. 3. F. 19 ſeroit un verre, dont A B ſoit une ſuperficie commune, ſur laquelle un rayon de lumiere C D, que l'on ſuppoſe prolongé en ligne droite vers F, tombe obliquement, & ſoit D H le même rayon de lumiere rompu. Si on tire du point D à A B la perpendiculaire E D G, C D F ſera l'angle d'incidence, & G D H l'angle de réfraction. Cela poſé il ſera aiſé d'entendre les loix ſuivantes de la dioptrique.

1°. Lorsque les rayons de lumiere C D paſſent dans un milieu plus réſiſtant, ils s'approchent au moment de la réfraction de la perpendiculaire D G, comme fait le rayon D H, & ils s'éloignent de la perpendiculaire, comme le rayon D O, lorsqu'ils paſſent dans un milieu plus rare.

2°. L'angle de réfraction G D H diminue, à meſure que le milieu, dans lequel paſſent les rayons, eſt plus réſiſtant, que A B N M repréſente l'air que nous reſpirons ſur la ſurface de la terre, ſi

ABKL désigne l'eau, le sinus de l'angle F D G sera au sinus de l'angle H D G, comme 4. à 3. mais si A B K L désigne le verre, comme cette matiere est plus dense que l'eau, alors le sinus de l'angle F D G sera au sinus de l'angle HDG, comme 17 à 11, ou comme 3 à 2.

3°. Si les rayons de lumiere passent d'un milieu dense dans un milieu rare, l'angle de réfraction croît, à mesure que le milieu est plus rare, & cela dans la proportion, selon laquelle les angles diminuent en passant d'un milieu rare à un milieu plus dense.

103. Il ne sera pas difficile de donner raison des phénomenes, qui naissent de la réfraction de la lumiere en suivant les regles données (§. 97, 101, 102.) Si le matin on dirige de bonne heure une regle vers la cime d'une montagne ou d'un autre lieu, dont l'air soit différemment dense, & qu'après l'avoir fixée dans une position, on la tourne dirigée sur l'heure de midi, la montagne paroîtra abaissée; mais si on la tourne de nouveau dirigée vers le soir, la montagne paroîtra à sa premiere hauteur & souvent aussi plus élevée. Pour comprendre comment cela arrive, il suffit de faire attention que l'air étant inégalement dense dans les deux endroits, la lumiere doit souffrir réfraction, & que le matin, à raison du froid de la nuit précédente, & le soir, à cause de la

quantité de vapeurs produites par la chaleur du jour, l'air se trouvant plus dense qu'au milieu du jour, la réfraction doit encore être plus considérable le matin que le soir, & par conséquent que l'on doit voir l'objet plus élevé qu'il ne paroît au milieu du jour (§. 101.)

On sait que les verres à lunettes, lunettes d'approche & autres semblables sont taillés en deux portions de sphere, qui sont réunies par leurs bases La figure CGD représente le profil d'un de de ces verres, qu'on appelle *lentilles*. Lorsqu'on regarde un objet BB avec une lentille de verre, il paroît plus grand, & sa grandeur croît en raison de la convexité de la lentille, parce que les rayons visuels BD en passant de l'air dans le verre, aulieu de poursuivre leur chemin dans la direction BDF, se rompent comme DG, en s'approchant d'ED perpendiculaire à la convexité de la lentille (§. 102). Les rayons visuels rompus DG en sortant du verre & passant dans l'air, aulieu de suivre la direction DGI, se rompent de nouveau, & s'éloignant de GH perpendiculaire à la convexité du verre, se meuvent dans la direction GK, d'où l'œil placé en K voit les extrémités de l'objet dans la direction des deux visuels KG, & le juge par conséquent de la grandeur MM, aulieu que si l'on ôte du milieu la lentille, l'angle BKB des deux rayons visuels deve-

Pl. 3. F. 20

nant moindre, l'œil en K voit ſeulement l'objet de la grandeur B B (§. 97).

Si la lentille, aulieu d'être maſſive, étoit d'un verre très-fin, & qu'on l'emplît d'eau ou d'une autre liqueur transparente, elle produiroit toujours les mêmes effets, & il n'y auroit de différence que dans l'angle de convergence des rayons. Les ouvriers en bas ſe ſervent de cet expédient pour augmenter la nuit l'activité des lumieres, ſans augmenter leur dépenſe par le nombre des mêmes lumieres.

Lorsque les aſtres ſe levent & ſe couchent, ils nous paroiſſent plus grands, que lorsqu'ils ſont en plein ciel, où ils ſont cependant plus près de nous qu'auparavant; cela provient de la plus grande convergence des rayons rompus, lorsqu'ils traverſent l'athmoſphere voiſine de la ſurface de la terre, parce que l'air y eſt plus denſe. C'eſt par la même raiſon que les corps placés dans un vaſe cylindrique de verre plein d'eau, ſemblent plus grands qu'ils ne paroiſſent dans l'air.

On fait ordinairement des verres qui ont la ſurface concave d'un ou de deux côtés, comme le démontre le profil N O P Q. Comme ces verres Pl. 3. F. 21
rendent les rayons moins convergents, ils ſont auſſi paroître l'objet plus petit qu'il ne paroît, quand on le regarde à l'œil nud.

104. Les principes d'optique, de catoptrique

& de dioptrique, qu'on vient de citer, servent à former beaucoup d'instruments très - utiles & curieux, tels sont les lunettes simples, les lunettes d'approche, les télescopes, les microscopes simples & composés, la chambre optique, la lanterne magique, les différentes especes de miroirs & autres semblables.

La propriété particuliere aux lentilles de verre de rendre convergents les rayons de lumiere, & de les rassembler dans un petit espace qu'on appelle *foyer de lentille*, a donné lieu à les employer aussi pour les miroirs ardents (§. 100), parce qu'on peut avec les lentilles échauffer considérablement, fondre & calciner les corps denses & durs.

Les lentilles d'un verre fin remplies d'eau transparente peuvent aussi servir au même usage. Avant que la dioptrique fût connue, on auroit tourné en ridicule celui qui auroit proposé d'exciter la chaleur & de brûler avec l'eau froide.

105. Nous terminons ce chapitre par traiter des couleurs; on les connoît par le nom des différents rayons qui produisent variété de sensations à l'œil. Cette variété est occasionnée ou par la seule lumiere, ou par cette lumiere & sa disposition intime, & par la figure des éléments qui se trouvent à la superficie du corps. Commençons par considérer la variété des couleurs produite par la seule lumiere.

Si l'on prive une chambre totalement de lumiere, & qu'après avoir fait à la fermeture A A de la fenêtre une ouverture circulaire B de 4 à 6 points, par laquelle passe une colonne de lumiere solaire B D, on établisse à travers cette ouverture un prisme de cristal C, la colonne de lumiere qui donnera contre, se rompra vers le carton M N., Pl. 3. F. 22 sur lequel elle décrira, aulieu d'un cercle, une figure longue E F, colorée de sept faisceaux divers dans l'ordre suivant. Le premier rouge, le second orangé, le troisieme jaune, le quatrieme verd, le cinquieme azur, le sixieme bleu, & le septieme violet.

Si on attache au haut du plancher d'une chambre un matras de verre fin G plein d'eau transparente, tels que ceux dont se servent les ouvriers en bas, & disposé de façon qu'un rayon solaire H P passe au travers, si le spectateur se place en L, le dos tourné au soleil, & de façon que son rayon visuel L I K forme avec le rayon solaire Pl. 3. F. 23 H P K, l'angle H K L, de 42' 2''; il verra une très-belle couleur rouge dans le matras G, & s'il s'éleve doucement vers Q, il verra successivement l'un après l'autre, l'orangé, le jaune &c. dans l'ordre désigné ci-dessus, jusqu'à ce qu'arrivé en Q ou l'angle Q K H est de 40' 17'', il verra la derniere de toutes les couleurs, c'est à-dire le violet. Cette expérience sert aussi à expliquer la formation de l'iris. (§. 73.)

Quoique les rayons du ſoleil ne tombent point ſur les luſtres de criſtal pendus dans les appartements, ils nous préſentent néanmoins des phénomenes ſemblables; on en a une autre preuve dans les boules, que les enfants font en ſoufflant dans un chalumeau trempé dans le ſavon.

Ce phénomene, qui vient de la lumiere du ſoleil directe ou réfléchie, s'obſerve encore dans la lumiere d'une chandelle ou du feu qui ſe fait dans les chambres; ſi l'on tient le priſme de criſtal devant les yeux, on n'y voit de différence que dans la couleur rouge, qui occupe la partie ſupérieure, enſuite l'orangé & les autres ſucceſſivement; le violet occupant la derniere place.

106. Le ſuccès conſtant des expériences qu'on vient de décrire, & d'autres de ſemblable nature, font voir que *chaque rayon de lumiere eſt compoſé de ſept rayons de différentes eſpeces, que chacun de ces rayons a un degré de réfraction différent & une couleur déterminée qui lui eſt propre, avec laquelle il colore les objets qu'il éclaire.*

107. On nomme *ſimples* ou *primitives*, les ſept couleurs déſignées (§. 105), parce que toutes celles, qu'on obſerve dans la nature, ſont compoſées du mêlange de deux ou pluſieurs d'entr'elles. Si dans le carton M N, ſur lequel tombe un rayon de lumiere E F analyſé avec ſes couleurs, on fait deux trous, qui puiſſent livrer paſſage à deux ou

pluſieurs

plusieurs des couleurs primitives, par exemple, aux couleurs 2, 4, & qu'on place derriere ces trous une lentille K K, capable de recevoir les rayons 2 P, 4 P en appliquant un autre carton au foyer I de la lentille KK, on aura une couleur composée d'orange & de verd, & en opérant de la même maniere, on aura au foyer de la lentille d'autres couleurs différemment composées, toutes capables d'exciter la chaleur & de brûler. Pl. 3. F. 24

Si on réunit les sept couleurs primitives avec la lentille, on obtient de nouveau la couleur de la lumiere.

108. C'est une opinion vulgaire, que les couleurs observées dans les corps & dans nombre d'ingrédients, qui servent à colorer, appartiennent essentiellement à ces matieres; mais la chose n'est pas ainsi. Toutes les couleurs que nous voyons dans les corps diaphanes & opaques, dépendent principalement d'une certaine disposition dans la figure & dans la ténuité particuliere des éléments des corps, qui est cause qu'il n'arrive seulement à l'œil, que quelques especes particulieres de rayons (§. 106), & que les rayons d'autres especes sont absorbés ou retenus par le corps que nous regardons; par exemple, le verre rouge ne nous semble tel, qu'autant qu'il laisse seulement passer par les pores, cette espece de rayon, qui excite l'idée du rouge & retient les

autres rayons de couleurs différentes. On dira la même chose des pierres précieuses & des autres corps diaphanes diversement colorés ; delà vient que si on adapte l'un sur l'autre deux verres bien transparents de couleurs différentes, comme qui diroit rouge & verd, il en résultera un corps parfaitement opaque, quoique les deux verres soient très-fins ; puisque le premier donnant passage à une seule espece de rayons, & qui est tout-à-fait retenue par le second, il en résulte l'exclusion totale au passage de la lumiere, & delà l'opacité; aulieu que si on met un plus grand nombre de ces verres l'un sur l'autre, ils seront tous de la même couleur, & cet assemblage paroîtra cependant encore transparent.

Ce qu'on a dit des couleurs des corps transparents, doit s'appliquer aux corps opaques ; par exemple, si l'un de ces derniers semble verd, cela vient de ce qu'il réfléchit seulement les rayons verds de la lumiere qui l'éclaire, & absorbe les rayons d'une espece différente. Les corps, qui paroissent d'une couleur composée réfléchissent les rayons des couleurs simples, qui concourent à la formation du composé & absorbent les autres rayons. Enfin les corps blancs réfléchissent les sept especes de rayons, sans en absorber aucune ; mais cette réflexion se fait d'une maniere irréguliere & avec partie des rayons réfléchis, &

les corps qu'on dit communément de couleur noire, abſorbent les ſept eſpeces de rayons; mais s'ils ſont ſeulement obſcurs, ils transmettront un peu de lumiere d'une maniere confuſe.

Il ſuit de la propriété des corps opaques d'abſorber ou de réfléchir la lumiere, ſelon qu'ils nous ſemblent diverſement colorés, que ſi on expoſe au ſoleil d'été dans un tems calme différents corps égaux de la même matiere, par exemple, trois morceaux de marbre, dont l'un ſoit noir, l'autre coloré & le troiſieme blanc, le noir deviendra plus chaud, enſuite le coloré & le blanc le moins chaud de tous; ce qui eſt conforme à l'expérience. C'eſt la ſeule raiſon, pourquoi expoſant au feu d'une très-petite lentille un corps combuſtible teint de noir, il s'allume tout de ſuite; mais ſi le même corps combuſtible eſt blanc, il ne s'allume qu'avec beaucoup de peine.

109. Les couleurs dépendent principalement dans les corps diaphanes & opaques de la diſpoſition de la figure & de la fineſſe particuliere de leurs éléments, qui n'admettent le paſſage ou la réflexion qu'à quelque eſpece de rayon ſeulement. Outre les preuves que nous en avons données dans le paragraphe précédent, on peut encore le démontrer par un très-grand nombre de phénomenes curieux, dont il ſuffira d'ajouter les plus en uſage & les plus aiſés.

La toile de ménage nouvellement faite eſt ordinairement de couleur jaune ; mais elle devient blanche en l'arroſant ſouvent & la laiſſant expoſée au ſoleil d'été. Si on expoſe enſuite d'autres corps au même ſoleil, ils acquierent une couleur plus ſombre.

Les écreviſſes ſont d'une couleur obſcure; mais elles deviennent d'un beau rouge en les faiſant bouillir dans l'eau claire. Si l'on trempe dans l'eau forte le papier bleu des épiciers, il devient auſſitôt d'un beau rouge; mais ſi on approche le papier du feu, la couleur rouge devient jaune. Si on jette des plâtras de maiſons réduits en pouſſiere fine ſur des fleurs d'iris d'allemagne, vulgairement dites fleurs d'iris, on aura un très-beau verd pour peindre ſur papier; c'eſt ce qu'on appelle verd de Limoges *).

Si on laiſſe infuſer pendant un court eſpace de tems quelques feuilles de roſes dans l'eſprit de vin, ſans cependant que la liqueur prenne une couleur marquée, & qu'après en avoir retiré les feuilles, on jette dans la liqueur quelques gouttes d'eau forte très-limpide, le mêlange devient tout de ſuite d'un très-beau rouge. La teinture de tourneſol ou giraſol eſt de couleur bleue ;

*) Ce verd s'appelle en France verd d'iris, du nom de la fleur; il s'emploie préparé avec la gomme pour deſſiner les cartes, les payſages &c.

mais ſi on y mêle un peu d'eau forte, elle devient ſur le champ de couleur rouge. Le ſirop de violette mêlé avec l'huile de tartre par défaillance devient verd, malgré qu'on emploie de l'huile de tartre bien claire. Le vitriol verd diſſous dans l'eau pure acquiert une couleur d'eau de mer; ſi on ajoute enſuite à cette diſſolution de l'eſprit volatil de ſel ammoniac, qui eſt une liqueur très-claire, le mélange devient d'un très-beau bleu, & ſi on y verſe de l'eau forte, le bleu diſparoîtra auſſitôt, & retournera à la couleur d'eau de mer. Si on laiſſe infuſer l'huile de tartre dans une diſſolution transparente de ſublimé corroſif, la liqueur devient opaque & rouge. Si l'on joint enſuite de l'eſprit volatil de ſel ammoniac à ce mélange, la liqueur devient d'un blanc de lait & retourne enfin à ſa premiere transparence, en y infuſant un peu d'eau forte. Si l'on mêle la diſſolution de noix de galle du Levant avec celle de vitriol, on obtient une liqueur noire, quoique chaque diſſolution ſoit transparente; mais ſi on verſe un peu d'eau forte dans la liqueur noire, le mélange deviendra transparent comme auparavant. Pour faire l'encre à écrire, il faut faire bouillir pendant quelque tems la noix de galle du Levant dans de l'eau avec un peu de gomme arabique, après quoi on y jette du vitriol à pluſieurs repriſes, jusqu'à ce qu'on voie l'encre bien noire.

L'air ſeul eſt auſſi capable de varier les couleurs. Si on trempe dans l'eau le paſtel des teinturiers dit *tourneſol*, avec lequel ils teignent en rouge les draps communs, & qu'après avoir mis cette diſſolution dans un vaſe, on ferme exactement cette liqueur, il perdra tout de ſuite la belle couleur rouge & deviendra un peu jaune & transparent. Si on renouvelle l'air dans le vaſe, on voit la liqueur reprendre tout de ſuite ſa premiere couleur rouge. On peut répéter cette alternative à loiſir.

CHAPITRE HUITIEME.

Des matieres ſalines & des matieres huileuſes.

110. Les matieres ſalines & les matieres huileuſes forment les éléments ſecondaires & ſenſibles des corps. Les premiers ſont cependant plus ſimples que les ſecondes.

Si une portion d'élément aqueux s'unit intimément à une portion d'élément terreſtre, c'eſt-à-dire, ſi l'union eſt ſi parfaite que le composé ſemble un être ſimple, cette combinaiſon forme les *ſubſtances ſalines*, qui, quoique de différentes eſpeces, ne different cependant entr'elles que par la proportion de leurs compoſants. Ces ſubſtances ont pour propriété principale de s'unir aiſément à la terre & à l'eau.

111. Les plus ſimples des ſubſtances ſalines ſont l'*acide* & l'*alkali*. On regarde cependant le ſecond comme plus compoſé que le premier.

L'acide ſe diſtingue en *acide univerſel* ou *acide vitriolique*, *acide nitreux* ou *eau forte*, & en *acide de ſel marin*; on forme un mêlange de l'union de ce dernier avec l'eau forte, qui ſe nomme *eau régale*.

Quoique l'état propre de ces acides ſoit celui de la ſolidité, ils ſe manifeſtent néanmoins le plus ſouvent en forme de liqueur transparente, parce que vu la grande affinité qu'ils ont avec l'eau, ils s'imbibent facilement des vapeurs, dont l'athmoſphere eſt impregnée. La différente quantité d'eau, dont on peut abreuver l'acide univerſelle les fait diſtinguer ſous deux noms différents. Lorsque cet acide ne contient que l'eau néceſſaire, pour paroître en forme de liqueur, on l'appelle *huile de vitriol*; mais s'il contient beaucoup plus d'eau, on le nomme *eſprit de vitriol*.

Les acides ont une ſaveur ſemblable à celle du verjus ou du vinaigre, & leur propriété diſtinctive eſt de changer le rouge des végétaux en couleur bleue ou violette, comme qui diroit la teinture de tourneſol, le ſirop de violette &c. (§. 109).

112. L'élément terreſtre concourt en plus grande proportion à la formation de l'alkali qu'à celle de l'acide (§. 110), on nomme les alkalis

fixes, lorsqu'ils résistent à un très-grand feu; pour les distinguer d'une autre espece d'alkalis, qu'on nomme *volatiles*, à cause de leur putréfaction. On comprend dans ce nombre l'esprit volatil de sel ammoniac.

La forme solide est ordinairement celle des alkalis fixes; ils se liquéfient cependant, lorsqu'ils sont exposés au feu: la même chose arrive, mais plus lentement, si on les expose à l'air ouvert, comme il arrive au sel de nitre brûlé, au tartre ordinaire, & au tartre du vin calciné. On appelle cette liquéfaction *huile de tartre par défaillance*. On compte aussi parmi les alkalis fixes, les plâtras des vieilles maçonneries, les cendres de l'herbe, qu'on appelle *soude*, les cendres de sarment &c.

La saveur des alkalis est âcre & cuisante, ils ont la propriété de changer en verd la couleur bleue & violette des végétaux, comme nous avons vu aux fleurs de Limoges, au sirop de violettes &c.

113. Il résulte de la grande affinité, que les acides ont avec les alkalis & les matieres calcaires, que si on mêle les acides avec les alkalis & avec les terres calcaires, il se forme au moyen de l'effervescence d'autres composés, appellés *sel salé*, *sel moyen*, *sel neutre*, ou simplement *sel*, & on nomme spécifiquement *sel marin*, l'union d'un

alkali fixe avec l'acide du fel marin; *fel de nitre*, l'union de l'eau forte avec un alkali fixe; *fel ammoniac*, l'union de l'eau forte avec l'alkali volatil; *alun* l'acide vitriolique joint à la terre calcaire.

Tous ces fels perdent en partie la propriété particuliere de leurs compofants, puisqu'ils n'alterent plus la couleur bleue & violette des végétaux, & n'ont plus de faveur acide ni âcre. Ces fels fe diffolvent en outre facilement dans l'eau, & fe cryftallifent de nouveau, en les faifant évaporer jufqu'à un certain point.

114. L'affinité, que les acides ont avec les alkalis fixes, eft plus grande, que celle qu'ils ont avec les alkalis volatils & avec la terre calcaire; ce qui fait, qu'un fel fe convertit facilement en un autre; par exemple, la plus grande récolte de falpetre, qui fe fait en Europe, provient des matieres animales, dans lesquelles il fe trouve beaucoup d'alkali volatil; l'acide nitreux y eft combiné en forme de fel ammoniac. Lorsque ces matieres ammoniacales fe diffolvent dans l'eau, & que l'on met infufer dans cette diffolution beaucoup de cendres de farment, l'acide nitreux abandonne les alkalis volatils & s'unit intimément aux alkalis fixes, contenus dans ces cendres en formant de cette maniere le falpetre, qu'il faut enfuite raffiner & féparer des autres matieres hétéroge-

nes, ſelon la méthode donnée au premier livre de l'*Artillerie pratique.*

Le même phénomene arrive, lorsqu'un alkali fixe s'approche de l'alun, parce que l'acide vitriolique ayant une plus grande affinité avec les alkalis fixes, qu'avec la terre calcaire, abandonne cette matrice pour s'unir à l'alkali fixe; cette union produit une autre eſpece de ſel neutre, qui ſe nomme ***arcanum duplicatum*** ou ***tartre vitriolé.*** Ce ſel après la cryſtalliſation ſe diſſout difficilement dans l'eau. On obtient auſſi le même ſel en approchant un alkali fixe d'une eſpece de ſel neutre dit *ſélénite,* parce qu'elle eſt formée de l'union de l'acide vitriolique avec une eſpece de terre, qui n'eſt ni alkaline ni calcaire.

115. Enfin au moyen des affinités, que les acides ont avec beaucoup d'autres matieres, ils produiſent d'autres compoſés. Si l'acide vitriolique touche le phlogiſtique, ils s'uniſſent intimément ſur le champ, & forment le *ſoufre commun.*

Les matieres huileuſes ſont un compoſé de terre & de phlogiſtique uni à l'eau au moyen de quelque acide, & la différente proportion des compoſants, forme les différentes eſpeces de matieres huileuſes, telles que les *graiſſes*, les *huiles*, que l'on tire des entrailles de la terre, *les bitumes, & les huiles, qu'on extrait des matieres animales & végétales*, qui, lorsqu'elles ſont expoſées à l'air,

acquierent consistance par succession de tems. On les appelle alors, *baumes*, *gommes*, *poix &c.*

Les matieres huileuses sont aussi toutes onctueuses & inflammables de leur nature.

116. Comme la dissolution & l'effervescence sont les deux agents, qui produisent nombre de phénomenes utiles, nous en donnerons une connoissance plus particuliere.

On nomme *dissolvant* toute substance capable d'en fondre une autre ou de la réduire en parties très-menues, ainsi l'eau est le dissolvant de la majeure partie des sels & de beaucoup d'autres matieres. L'eau régale dissout l'or, mais n'a point d'action sur l'argent; l'eau forte au contraire dissout l'argent sans pouvoir décomposer l'or. Les monnoyeurs se servent de la propriété de ces deux acides pour séparer l'or de l'argent.

Le cuivre & le fer sont dissous par ces deux acides & aussi par l'acide vitriolique. La dissolution du cuivre par l'huile de vitriol donne la couleur bleue; mais celle du fer est de couleur verte. Cette indication nous donne une maniere aisée de connoître quand le cuivre est délivré des parties ferrugineuses, avec lesquelles il se trouve minéralisé dans beaucoup de mines; il ne faut pour cela que le réduire en petites parties avec la lime, pour l'examiner, & après avoir séparé par l'aimant les parties ferrugineuses, qui pourroient

avoir été produites par la lime, placer le cuivre avec l'huile de vitriol dans une cornue de verre, expofer enfuite la cornue au bain du feu de fable, afin que l'acide aidé d'une chaleur modérée diffolve le cuivre plus vite. La diffolution fixée, on y verfera un peu d'eau commune, pour la rendre plus fluide, & enfuite on la filtrera à travers le papier.

Si la couleur de la diffolution filtrée approche de l'azur, on fera fûr, que le cuivre eft dégagé de matieres ferrugineufes; fi la couleur tire fur le jaune, c'eft une marque qu'il y a encore du fer dans le cuivre, & qu'il en contient en plus grande abondance, fi la couleur verdit. On doit rejetter ce cuivre des fontes de l'artillerie, parce que le métal, qui en provient, eft aigre & caffant.

117. Les diffolvants, qu'on vient de citer, font fous la forme fluide, auffi les appelle-t-on communément *menftrues*. Mais il y a d'autres diffolvants, qui font fluides & paffent feulement à l'état de fluidité un peu avant de diffoudre ou d'augmenter la fluidité des matieres qu'ils doivent atténuer. L'étain, par exemple, eft un diffolvant du cuivre, & cependant, fi, plaçant dans un fourneau une quantité de cuivre, on le fait bien rougir, & que dans cet état on jette deffus une portion d'étain, il paffe tout de fuite à l'état de fluidité, enfuite il commence à diffoudre le cuivre,

qui auroit persévéré sans l'addition de l'étain dans l'état de solidité, & se seroit fondu beaucoup plus tard ; de même le sel de nitre augmente encore sensiblement la fluidité du métal en fusion ; cela n'arrive cependant qu'autant qu'on dissout d'abord le sel de nitre placé dans la fusion.

118. Les opérations de la nature étant limitées, il arrive, que quelque soit le dissolvant qu'on emploie, il décompose seulement une quantité déterminée de la matiere introduite, & ainsi l'eau froide dissout une quantité de sel marin, qui est le $\frac{1}{3}$ de son poids, il en est de même du sel de nitre; mais si l'eau est chaude, la quantité du sel dissous sera plus grande; par exemple, l'eau bouillante tient en dissolution une quantité de sel de nitre pour le moins double de son poids; mais la quantité dissoute de sel marin n'outrepasse pas la moitié de l'eau ordinaire des puits de Turin. Car l'on fait observer, que les académiciens de Paris trouvent, que la quantité de sel marin dissoute par leur eau est toujours égale, soit que l'eau soit froide ou bouillante.

Quand le dissolvant a décomposé toute la quantité de matiere, qu'il peut dissoudre, on dit que le *dissolvant est saturé*, ou bien que la *dissolution est réduite à satiété*; mais si la quantité de matiere dissoute est moindre, on dira que la *dissolution est atténuée*. Enfin on dit, que la *dissolution se resserre*

ou *se concentre*, quand on fait évaporer une portion de la liqueur. Si on continue dans cette opération à provoquer l'évaporation, après que la dissolution est réduite à satiété, on voit tomber au fond du vase différentes petites parties de matieres dissoutes, qui croissent à mesure que l'évaporation continue.

Une chose digne d'observation, c'est que si dans la dissolution saturée d'un sel on jette un autre sel différent, l'eau impregnée du premier sel dissoudra néanmoins la même quantité du second sel, comme si elle étoit encore pure. C'est pourquoi 30 onces d'eau froide, après avoir dissout 10 onces de sel marin, dissoudront encore 10 onces de sel de nitre.

119. Newton explique la dissolution des corps par l'attraction des premiers éléments (§. 53). Par exemple, la dissolution des sels dans l'eau se fait, parce que l'eau étant attirée par les sels pénetre leurs pores avec une telle force, qu'elle en détache les petites parties, aulieu que ces mêmes sels n'ayant aucune affinité, ou du moins en degré suffisant, avec des huiles distillées, ni avec l'esprit de vin bien rectifié, ne peuvent être dissous par ces mêmes liqueurs. Il n'explique pas autrement la dissolution des métaux placés dans des menstrues suffisantes. Les particules aiguës & incisives de ces liquides étant at-

tirées avec une grande force par le métal interposé, en pénetrent les pores, & comme autant de coins désassemblent les particules métalliques.

C'est aussi par l'attraction citée ci-dessus qu'on rend raison de la crystallisation des sels. Si, après avoir dissout jusqu'à satiété différents sels en autant de vases séparés, on les met sur le feu, & que l'on concentre la dissolution; si on place ensuite ces vases dans un endroit frais & loin de tout mouvement, on trouvera après 24 ou 30 heures une quantité de sel crystallisé dans chaque vase; mais la figure des crystaux sera différente à chaque espece de sel. Si on répéte la dissolution & la crystallisation autant de fois, qu'on voudra, on trouvera que la figure particuliere & propre de chaque sel est toujours la même. On conclut de cette constance, qu'il existe dans chaque espece de sel une loi d'attraction invariable, qui réunit les particules salines, qui avant la saturation se trouvoient dispersées par le mouvement, que le feu avoit excité lors de la dissolution.

120. Comme les acides ont une plus grande affinité avec les alkalis fixes, qu'avec les métaux, il arrive que si après avoir dissous un métal au moyen d'un acide, on verse un alkali fixe dans cette dissolution, l'acide s'unit sur le champ à l'alkali & abandonne le métal, qui tombe ou se dépose en forme de poudre au fond du vase. On nomme cette déposition, *magistere* ou *précipité*.

On fait ordinairement l'or fulminant de cette maniere; après avoir dissous ce métal dans l'eau régale, & l'avoir précipité par un alkali, on laisse secher lentement ce magistere, après quoi l'exposant à un degré de feu compétant, il se dissipe précipitamment dans l'air, avec beaucoup plus de bruit qu'une quantité égale de poudre enflammée dans les mêmes circonstances.

Les charlatans se servent des différents degrés d'affinités des acides avec les métaux, pour faire croire aux ignorants, qu'ils ont le secret de convertir un métal dans un autre de plus grande valeur. Par exemple, les acides ont une plus grande affinité avec le fer qu'avec le cuivre; or si on met une lame de fer dans une dissolution de cuivre, l'acide, pour dissoudre le fer, abandonnera le cuivre, qu'il précipitera au fond du vase, & comme en retirant la lame de fer, on la trouve plus légere qu'auparavant, ainsi ils donnent à entendre, que la poudre précipitée au fond du vase n'est autre chose que le fer, qui manque à la lame, qui s'est convertie en cuivre par la vertu de leur secret.

121. On nomme *effervescence* certains mouvements internes, qui s'élevent dans une liqueur, dans laquelle il s'opere dans le moment l'union de deux corps ou quelque séparation. Si on verse de l'eau forte dans l'huile de tartre par défaillance,

ce, il s'excite ſur le champ une grande ébullition, accompagnée d'une eſpece de ſifflement, produit par la chaleur & par nombre de jets, qui ſe forment à la ſurface de la liqueur & de vapeurs qui s'élevent. On obſerve à la fin de ces effets beaucoup de ſel de nitre cryſtalliſé au fond du vaſe. On obtient les mêmes réſultats en verſant un autre acide ſur tel alkali ou terre calcaire que ce ſoit, avec cette ſeule différence, que le ſel cryſtalliſé au fond du vaſe paroît ſous une forme différente.

Les effervefcences produites par un métal jetté dans quelque acide ne ſont gueres différentes. Lorſqu'on diſſout le fer dans l'huile de vitriol, ſi le vaſe, dans lequel ſe fait l'effervefcence, a une petite ouverture, & qu'on en approche une chandelle allumée, la grande quantité de vapeurs, qui ſortent du vaſe, s'enflamment ſi rapidement, que le vaſe éclate avec un grand fracas & avec danger pour les aſſiſtants.

Si l'on met dans un grand verre une quantité d'huile de bois de gayac, qui en occupe environ le $\frac{1}{3}$, & qu'on mette dans un autre verre égale quantité d'eau forte & d'huile de vitriol bien concentrées, de façon que la quantité de ce mélange ſoit environ les $\frac{2}{3}$ de l'huile ſusdite, ſi on vuide le mélange dans le premier verre en deux ou trois fois, on verra ſur le champ une très-

forte effervescence & une fumée épaisse, qui s'éleve accompagnée de flamme à la hauteur d'un pied environ.

On pourra, pour voir le même phénomene, employer aulieu d'huile de bois de gayac l'huile nouvelle de térébenthine, de cedre, de girofle, de menthe, de genievre, de fenouille, le baume blanc de la Mecque &c.

Puisque le résumé des expériences prouve, que les vapeurs & les exhalaisons, qui proviennent des matieres animales & végétales, contiennent beaucoup d'acide, d'alkali, de phlogistique, de sel, d'huile &c.; on comprend aisément, d'après ce qui a été expliqué, comment de telles matieres, se rencontrant dans l'athmosphere, peuvent y exciter de l'effervescence, s'enflammer d'elles-mêmes, & nous faire appercevoir différentes especes de météores ignés.

123. L'effervescence differe beaucoup de la fermentation, parce que la premiere est le seul produit du mêlange de deux substances différentes, dont l'une doit être au moins liquide, aulieu que la fermentation peut n'avoir lieu, qu'avec une seule matiere solide ou fluide, même sans l'aide d'aucune autre cause étrangere, ni d'aucun mêlange; il suffit qu'une des substances en repos, qui constituent le corps, acquierent un mouvement intestin, comme il arrive aux grappes de

raisins mûrs, qui après avoir été écrasés dans un vase, fermentent pendant quelques jours & produisent le vin. C'est aussi la fermentation, qui occasionne la putréfaction de nombre de matieres animales & végétales.

Nous terminerons les connoissances purement physiques, par faire remarquer, qu'il n'a pas encore été possible d'altérer jusqu'à présent aucune des propriétés, qui servent à distinguer les corps de différentes especes. Cette indication suffit, pour reconnoître l'erreur de ceux qui ont écrit sur la maniere de convertir en or les autres métaux & de créer la pierre philosophale. Quiconque fera usage de ce qui a été enseigné au premier chapitre, pourra, dans telle rencontre que ce soit, distinguer les effets probables de ceux qui ne le sont pas, le vrai & le réel du faux & du chimérique.

Finalement, si on compare les découvertes faites en physique depuis un siecle, avec les anciennes idées, on verra, qu'on a fait un grand pas dans cette science, & que l'on est convaincu aujourd'hui, que nombre des choses, auxquelles différents écrivains attribuoient autrefois des prestiges, sont des effets purement naturels.



DE LA STATIQUE.

124. Nous avons débuté par traiter séparément les connoissances mathématiques & physiques, il nous reste à présent à passer aux sciences, dont l'objet est de rassembler les principes, qui concernent le mouvement actuel des corps, & l'équilibre qui regne entr'eux.

125. La considération métaphysique du mouvement & de l'équilibre forme une science, qu'on nomme *Méchanique simple*; ses principes sont aussi certains & évidents que ceux de la géométrie; mais si on ajoute aux principes l'examen des causes physiques, qui produisent, alterent & détruisent le mouvement, alors la science devient mixte, & se nomme *Physico - méchanique* ou *Méchanique composée*. Nous traiterons directement de la méchanique composée, en nous servant indistinctement, & selon qu'il nous sera plus avantageux, des principes métaphysiques, ou de ceux que donne l'expérience

126. On distingue les sciences physico-méchaniques en *Dynamique* & *Hydrodynamique*.

La dynamique a pour objet les propriétés & les loix du mouvement, & l'application de ces loix au mouvement des corps solides.

L'hydrodynamique confidere enfuite les loix du mouvement des corps fluides.

127. Il arrive très-fouvent dans la nature, que le mouvement des corps folides & fluides eft embarraffé ou détruit par des caufes, qui le furpaffent à peine. Ce contrafte de forces donne lieu à une fcience, qui fe nomme *Statique*; elle traite des corps folides; & on nomme *Hydroftatique*, celle qui raifonne fur les fluides.

128. Les fciences détaillées de la méchanique (§. 126, 127) fe diftinguent encore en *Méchanique raifonnée*, & *Méchanique pratique*. La méchanique raifonnée traite de la théorie du mouvement & de l'équilibre; elle enfeigne, comment, les forces mouvantes étant données, on vient à déterminer le mouvement qu'elles produifent, ou le repos qui réfulte de leur oppofition; & au contraire comment les phénomenes du mouvement & le repos étant connus, on vient à découvrir les forces & les réfiftances.

La méchanique pratique traite enfuite de la principale maniere d'appliquer aux corps la théorie du mouvement des forces & des réfiftances, afin d'obtenir les effets cherchés avec le moins d'effort poffible. On fait fouvent cette application avec le fecours de certains inftruments, qu'on appelle *machines*. Ils font auffi propres aux fcien-

ces méchaniques, que les inſtruments, dits de mathématique, le ſont à la géométrie.

129. Il réſulte de ce qui a été dit, que la ſtatique eſt un cas particulier de la dynamique, & l'hydroſtatique de l'hydrodynamique. C'eſt pour cela, que les auteurs, qui ont cherché à traiter les ſciences méchaniques avec le moins de principes poſſibles, ont commencé la ſtatique par la dynamique. Comme on peut cependant démontrer la loix de la ſtatique par des principes particuliers à cette ſcience, nous commencerons par la ſtatique, pour faciliter aux commençants l'étude des ſciences phyſico-méchaniques.

CHAPITRE PREMIER.

Définitions & principes de Statique.

130. La Statique a pour objet l'équilibre en général; elle examine la maniere & les loix qui le produiſent.

131. Lorsqu'on obſerve les phénomenes du mouvement & de l'équilibre, qui ſe développent continuellement dans ce monde ſenſible, on conclut qu'il doit néceſſairement exiſter nombre de cauſes propres à le produire: on appelle ces cauſes *forces* ou *puiſſances*.

132. Les puiſſances que nous conſidérons dans cette partie de la méchanique, agiſſent en preſſant,

pouſſant, tirant & réſiſtant; telles ſont l'action de la gravité, la force des hommes & des animaux, la réſiſtance, que les corps oppoſent &c. C'eſt pourquoi on pourra toujours exprimer avec un poids la quantité abſolue, l'intenſité ou le degré de ſemblables forces.

On nomme *direction d'une puiſſance*, la ligne droite, ſelon laquelle elle agit; ſi la puiſſance P, tire ou pouſſe le corps A, ſelon la droite P A B, cette droite ſera la direction de la puiſſance P. Pl. 4. F. 1.

Si deux ou pluſieurs puiſſances agiſſent ſelon la même ligne droite, ou par des lignes paralleles, la direction de cette puiſſance ſera la même. Mais ſi les droites C D, F D, ſelon leſquelles les puiſſances agiſſent, ſont obliques, on dira alors que les directions ſont différentes, & l'angle C D F formé par le concours de ces droites s'appelle *angle de direction*. Pl. 4. F. 2.

134. On nomme *équilibre*, l'action égale de deux puiſſances l'une contre l'autre, en ſens contraire & dans la même direction.

135. Nous obſervons deux manieres d'équilibres. On obtient l'équilibre de la premiere maniere, lorsqu'il n'y ſurvient aucun moyen étranger.

Si on attache à l'extrêmité d'un fil un poids, tel que l'augmentation d'une très-petite quantité rompe le fil, il y aura équilibre ſans concours de moyens entre l'action du poids & la ré-

ſiſtance du fil. Si un corps en mouvement rencontre un obſtacle tel que ſa réſiſtance ſoit ſuffiſante pour arrêter le corps, il y aura équilibre entre le corps en mouvement & la réſiſtance, ſans le concours d'aucun moyen.

136. Il y a équilibre de la ſeconde maniere, lorſque les puiſſances en équilibre ſont jointes
Pl. 4. F. 3. entr'elles. Par exemple, ſi deux forces A, B, tirent chacune à elle dans la même direction le point mobile C, de C vers A, & de C vers B, au moyen de deux cordes ou de deux verges B C, A C, & que néanmoins le point C reſte ferme, les deux forces feront entr'elles en équilibre de la ſeconde
Pl. 4. F. 4. maniere. Si les deux corps P, Q, attachés à la verge P G Q appuyée ſur le point fixe G, ſe mettent en équilibre entr'eux, il y aura équilibre entre ces deux poids de la ſeconde maniere. Les balances, les leviers & toutes les machines de méchanique ſont propres à produire entr'elles l'équilibre de la ſeconde maniere.

137. Si deux ou pluſieurs puiſſances, jointes entr'elles d'une maniere quelconque, agiſſent l'une vers l'autre, on nomme cette combinaiſon *ſyſtême*.

138. Si deux puiſſances P, Q, appliquées à la
Pl. 4. F. 5. verge P C Q, ſont en équilibre entr'elles autour du point C, ce point s'appelle *centre d'équilibre*; & on l'appelle auſſi *point d'appui*, lorſque la verge poſe ſur un point fixe M, qui lui eſt oppoſé.

Si ensuite la verge P C Q est mobile autour de la droite D C F, on appelle cette droite, *axe d'équilibre*. Elle peut être rectangle ou faire un angle oblique avec la verge P C Q.

Si la verge a un point d'appui, on la nomme ordinairement *levier*, & plus particuliérement encore, la portion plus longue C Q interceptée entre le point d'appui & la puissance Q; & *contre-levier*, la partie la plus courte C P.

139. Si les puissances P, Q, agissent dans la même direction, le produit de chacune de ces puissances par leur distance respective au centre d'équilibre se nomme *moment de la puissance* relativement au même centre; c'est pourquoi P×P C, sera le moment de la puissance P, relativement au centre C, & Q×Q C sera le moment de la puissance Q, relativement au même centre.

Si on tire ensuite par les points P, Q, à l'axe d'équilibre D F, les perpendiculaires P E, Q D, le produit de chaque puissance par sa perpendiculaire respective se nomme *moment de la puissance relativement à l'axe*, & ainsi P × P F, sera le moment de la puissance P, relativement à l'axe D F, Q×Q D, sera le moment de la puissance Q, relativement au susdit axe.

140. Si les puissances P, Q, agissent dans des directions obliques entr'elles comme P *p*, Q *q*, il faudra, pour avoir le moment, relativement au Pl. 4. F. 6.

point C, tirer les perpendiculaires C p, C q, sur les directions des puissances, & le produit de chaque puissance par sa perpendiculaire correspondante, sera le moment de la puissance, relativement au point C; c'est pourquoi P × p C sera le moment de la puissance P, eu égard au point C, & Q× q C sera le moment de la puissance Q, eu égard au même point.

Enfin, si l'on veut avoir le moment des puissances, relativement à un point quelconque F, pris sur l'axe D F, il suffira de tirer du point F sur les directions P p, Q q des puissances, les perpendiculaires F H, F K, & le produit P × F H sera le moment de la puissance P, relativement au point F pris sur cet axe, & le produit Q× FK, sera le moment de la puissance Q, eu égard au même point F de l'axe.

141. On appelle *action*, la maniere dont un corps ou une autre puissance agissent contre un autre corps, & *réaction* ou *résistance*, la maniere dont un corps passif résiste au corps actif.

La raison & l'expérience démontrent, que la *réaction est toujours égale, & agit en sens opposé à l'action.*

Le corps A suspendu par un fil A B agit par son poids de haut en bas, selon la direction d'à plomb,
Pl. 4. F. 7. pour rompre le fil, ou pour arracher le clou B; mais le clou & le fil réagissent contre le même

corps dans la même direction de bas en haut, parce qu'ils le retiennent dans la même situation, empêchant qu'il ne tombe. On exprime cette réaction avec le même poids, qui mesure l'action du corps.

142. Si à l'extrémité d'une verge inflexible P Q, on applique les puissances égales P Q, qui tirent à plomb de haut en bas, & que cette verge, divisée par le milieu en C, soit soutenue par-dessous par un point immobile M, qui lui soit opposé, il est clair : Pl. 4. F. 8.

1°. Que les effets de ces deux puissances, qui tentent à faire tourner la verge autour du point C, seront précisément égaux entr'eux, d'où la verge restera dans un parfait repos; & on pourra toujours substituer une puissance à l'autre, sans altérer l'équilibre qui regne entr'elles.

2°. Si les deux puissances sont exprimées par le poids de deux corps égaux attachés en P, Q, comme les directions P p, Q q, dans lesquelles elles agissent, sont les mêmes qu'auparavant, ainsi le point d'appui C, devra par sa réaction soutenir la somme P + Q de ces deux poids (§. 141).

143. Si la verge P Q, aulieu d'être appuyée sur le point C, qui lui soit opposé, est soutenue en l'air par les puissances P, Q, qui tirent dans la même direction P F, Q G, qu'auparavant; mais cependant de bas en haut, & qu'on attache au

point du milieu C, un poids $R = P + Q$; comme
Pl. 4. F. 9. ce poids agit dans la même direction perpendiculaire des puissances, mais en sens opposé, il y aura équilibre entre les deux puissances P, Q; prises ensemble, & le poids R (§. 134); & ce poids R fera le même effet, que produiroit un obstacle immobile appliqué sous la verge en C (§. 142).

144. Enfin si aulieu d'une de ces puissances, comme par exemple P, on place dessous la verge un point d'appui M, la charge soutenue par ce point sera exprimée par $P = R - Q$ (§. 141, 143); c'est-à-dire, par la différence des deux autres puissances R, Q, dont chacune tente à faire tourner la verge autour du point R.

Et comme dans cette disposition rien ne varie dans la quantité & dans la direction de la puissance, ainsi l'équilibre continuera à avoir lieu.

145. Il résulte d'après ce qui a été expliqué (§. 143, 144):

1°. Qu'on peut toujours remplacer l'action d'une puissance par un point d'appui & au contraire;

2°. Que de trois puissances appliquées à une verge, qui tirent dans la même direction, deux d'entr'elles, prises ensemble, doivent être égales à celle qui reste & tirer en sens opposé, pour que la verge reste dans un repos parfait.

On nomme *force* ou *puiſſance équivalente*, la puiſſance oppoſée aux deux autres.

CHAPITRE SECOND.

De l'équilibre des puiſſances jointes entr'elles.

146. Afin de commencer l'examen des choſes ſimples, pour paſſer delà aux compoſées, on ſuppoſera dans ce chapitre, que les verges, les leviers & les cordes, qui aſſemblent les puiſſances, ſont inflexibles, ſans poids & grandeur, & que le lieu, où ſe trouve un corps ou une puiſſance, eſt repréſenté par un point. Cela établi, nous commencerons par la premiere loi fondamentale d'équilibre entre les puiſſances, qui ſe tiennent.

Si deux puiſſances appliquées à un levier agiſſent dans la même direction, & ſont en équilibre entr'elles autour du point d'un levier, je dis:

1°. Que les puiſſances ſeront entr'elles dans la raiſon réciproque de leur diſtance reſpective à ce point.

2°. Que les moments de ces puiſſances relativement à ce point ſeront égaux entr'eux.

147. Pour démontrer cette propoſition, ſuppoſons, que deux puiſſances égales P, Q, ſoient appliquées aux extrémités P, Q, du levier, & qu'elles tirent par les directions verticales P F,

Q G, de bas en haut, pour foutenir dans l'état d'équilibre le poids R attaché en C & également diftant des points P, Q, il arrivera d'après ce qui a été dit (§. 142), que les effets de ces deux puiffances autour du point C feront précifément égales, & que chacune de ces puiffances fera la moitié du poids R (§. 143). Or fi on fubftitue deffous le levier l'appui M à la puiffance P, la puiffance Q & l'appui M foutiendront chacun comme auparavant la moitié du poids R, & il continuera à avoir équilibre (§. 144); mais dans ces circonftances la diftance $PC = \frac{PQ}{2}$: donc dans l'état d'équilibre, la puiffance Q eft à la puiffance R relativement au point P, réciproquement comme la diftance P C eft à la diftance P Q, & comme 1 à 2.

Par la proportion Q : R :: P C : P Q, on a $Q \times PQ = R \times PC$, c'eft-à-dire, les moments des puiffances Q, R, font égaux, relativement au point P. Donc fi deux puiffances appliquées &c.

148. Suppofant les chofes comme dans le paragraphe précédent, & que l'on confidere le levier prolongé vers B de façon, que $BP = PC$,
Pl.4. F.10 fi l'on ôte du point C le poids R, & qu'on le place en B, il y fera le même effet par rapport au point P, comme s'il étoit en C (§. 142, n. 1); d'où il fuit, que fi la puiffance Q agit de haut en bas dans la direction Q G, les puiffances B, Q, feront auffi en équilibre autour du point d'appui

P. On aura donc par cette construction B : Q : : P Q : P B, c'est-à-dire, les puissances seront dans la raison réciproque des distances au point P, & les moments de ces mêmes puissances B × B P, Q × Q P, seront égaux relativement à ce même point P (§. 146).

On exprime la réaction de l'obstacle M (§. 141) par B + Q = 3 Q par la construction. Donc si l'on ôte l'obstacle M, & qu'on y substitue une puissance P = 3 Q, qui tire de bas en haut dans la direction P F parallele aux autres, & qu'on adapte dessous le point B, l'obstacle N, il remplacera la puissance B = 2 Q, & il y aura équilibre comme auparavant. Il résulte de cette disposition que P : Q : : B Q : B P : : 3 : 1 ; c'est-à-dire, les puissances sont dans la raison réciproque des distances au point d'appui B, & les moments P × B P, Q × B Q sont égaux, eu égard à ce même point B.

Continuant à procéder de la maniere, qui a été enseignée, on démontrera avec la même facilité, que dans telle proportion que soient les puissances, elles sont dans l'état d'équilibre, dans la raison réciproque des distances au point d'appui, & leurs moments sont égaux ; ce qui prouve l'universalité de la proposition du §. 146.

149. Si trois puissances exprimées par les droites A C, B D, K L, sont attachées à la verge re- Pl. 4. F. 11

ctiligne AB, & tirants dans la même direction, sont en équilibre entr'elles; je dis que si on prolonge la verge, & qu'on y prenne un point F à volonté, la somme des moments des puissances A C, B D, qui tirent du même côté, par rapport au point F, sera égale au moment de la force équivalente K L, relativement à ce même point F, qui tire dans le sens opposé.

On a par le paragraphe 143, la puissance équivalente $KL = AC + BD$, & comme on a les droites $FA = FK - KA$, $FB = FK + KB$, les moments $AC \times \overline{FK - AK} + BD \times \overline{FK + KB} = \overline{AC + BD} \times FK = KL \times FK$, seront égaux par hypothese; mais faisant la multiplication & corrigeant l'expression, on trouve $BD \times KB = AK \times AC$, c'est-à-dire, les moments sont égaux relativement au point K, où la force équivalente est appliquée (§. 146). Ainsi si les trois puissances &c.

150. Puisque la somme des moments $AC \times FA + BD \times FB$, égale le moment $KL \times FK$, de la puissance équivalente, & $KL = AC + CD$, il s'ensuit, que si on divise la somme des moments par celle des puissances, on aura

$FK = \dfrac{AC \times FA + BD \times FB}{AC + BD}$, égale à la distance qu'il y a entre le point F, & le centre d'équilibre K.

Si

Si on prend enfuite le point F en A, alors le moment A C × F A deviendra zero relativement au point A, & F K fera = A K, F B = A B, d'où l'équation ci-deffus fe changera dans cette autre $AK = \frac{BD \times AB}{AC + BD}$.

Cette formule étant compofée de quatre grandeurs A K, A B, A C, B D, toutes les fois que trois d'entr'elles feront connues, on trouvera la quatrieme. Par exemple, fi l'on attache en B un canon du poids B D = 8000 livres, & que la longueur A K du levier foit du poids de 100 onces, & celle du contrelevier d'une once, tout le levier A B fera du poids de 101 onces, d'où il s'enfuit, que fi on cherche la valeur du poids A C, qui fait équilibre avec le canon, fubftituant ces nombres dans la formule $A K = \frac{BD \times AB}{AC + BD}$, on aura $100 = \frac{8000 \times 101}{AC + 8000}$, & ainfi A C fera = 80 liv.

151. Si les puiffances appliquées au levier, & agiffantes dans la même direction, font en plus grand nombre que trois, telles que A C, B D, G H, M N, & qu'il foit néceffaire de trouver le point K, auquel eft appliquée une cinquieme puiffance K L, qui agit dans la même direction que les autres, fuppofons qu'il y ait équilibre entre ces cinq puiffances, il fuffira de prendre les

moments de toutes ces puiſſances relativement à un point arbitraire F, & l'on aura dans l'état d'équilibre la ſomme des moments des puiſſances
Pl.4. F.12 AC, BD, MN, qui tirent du même côté, en équilibre avec la ſomme des moments des autres puiſſances GH, KL, qui tirent du côté oppoſé; c'eſt-à-dire, $KL \times FK + GH \times FG = AC \times FA + BD \times FB + MN \times FM$, ce qui donnera

$$FK = \frac{AC \times FA + BD \times FB + MN \times FM - GH \times FG}{KL};$$

mais dans l'état d'équilibre la ſomme des puiſſances, qui tirent d'un côté, doit égaliſer la ſomme de celles qui tirent dans la partie oppoſée (§. 134, 141) c'eſt-à-dire, elle doit être $KL + GH = AC + BD + MN$: ſubſtituant donc dans la précédente équation la valeur de $KL = AC + BD + MN - GH$, on aura

$$FK = \frac{AC \times FA + BD \times FB + MN \times FM - GH \times FG}{AC + BD + MN - GH}.$$

Si aulieu du point F, on prend le point en A, alors le moment de la force AC ſera zero relativement à ce point, & l'équation ci-deſſus ſe changera en celle-ci

$$AK = \frac{BD \times AB + MN \times AM - GH \times AG}{AC + BD + MN - GH}.$$

152. Il réſulte donc de la formule du paragraphe précédent:

1°. Que pour avoir le centre d'équilibre d'autant de puiſſances que l'on voudra, appliquées à

une verge rectiligne, qui agissent dans la même direction & du même côté, il suffit de diviser la somme des moments par celle des puissances, & le quotient donnera la distance cherchée du centre d'équilibre au point, auquel se rapportent ces mêmes moments.

2°. Si quelques-unes des puissances tirent dans le sens opposé aux autres, on soustraira celles-ci des premieres, ainsi que leurs moments respectifs, d'où il suit qu'il faudra diviser la différence des moments par celle des puissances, & le quotient donnera la distance du centre d'équilibre au point, auquel se rapportent ces mêmes moments.

153. Les regles données pour trouver le centre d'équilibre entre les puissances disposées en ligne droite, servent aussi pour tel systême de corps que ce soit, joints par des verges droites ou tortues, & qui se croisent de différentes manieres.

Soient les corps A, B, D, K, F, joints ensemble & disposés entr'eux d'une maniere quelconque; tirez les droites AB, KD, on commence à trouver le centre d'équilibre G, des corps A, B, & le centre d'équilibre H, des deux autres D, K (§. 150), on observe ensuite, que le point G soutient le poids A + B, & que le point H soutient le poids D + K (§. 141, 143), d'où tirant la droite GH, on trouvera le centre d'équilibre Pl. 4. F. 13

L entre les deux ſommes des corps A + B, D + K, regardant la premiere comme étant en G, & la ſeconde en H.

Trouvant enfin le centre d'équilibre C entre le corps F & la ſomme A + B + D + K, comme ſi elle étoit placée en L, on aura le point C pour le centre d'équilibre du ſyſtême propoſé; & ſi ce point ſe rencontre ſur l'une des verges inflexibles, qui aſſemblent les corps, le ſyſtême appuyé ſur le point C ſera en repos.

154. On comprend par ce qui a été démontré dans ce chapitre ſur les puiſſances jointes entr'elles, que quand elles agiſſent avec le ſecours du levier, elles produiſent des effets proportionnels au produit de leur quantité abſolue de force, par la diſtance entre le point d'appui & le lieu, où la puiſſance eſt appliquée; mais entrons dans un examen plus particulier de ces effets.

Pl. 4. F. 14. Suppoſons, que la puiſſance Q tente à faire tourner autour du point C le levier C Q, de Q vers N, ſi la direction, ſur laquelle la puiſſance agit ſur le levier, lui eſt perpendiculaire comme Q B, ſon moment, relativement au point C, ſera Q × C Q; mais ſi la direction eſt oblique, comme Q F, alors tirant du point C la perpendiculaire C L, le moment de la même puiſſance Q par rapport au même point C, ſera Q × C L (§. 140). Nous ſaurons donc, que le moment d'une même

puissance, eu égard au même point, & qui agit dans la direction perpendiculaire au levier, est à celle qui agit dans la direction oblique, comme Q×CQ : Q×CL :: CQ : CL, c'est-à-dire, comme le sinus total au sinus de l'angle FQC.

On voit donc, que la plus grande force, qu'une puissance puisse produire avec un levier, est, quand la puissance agit dans la direction perpendiculaire au levier, & que l'action de la puissance diminue à mesure, que l'angle de la direction FQC s'éloigne de l'angle droit BQC.

155. S'il arrive que l'angle FQC diminue continuellement au point, que la droite QF tombe sur le levier QC, alors la puissance Q cessera d'agir avec l'aide du levier, & son effet se mesurera par la seule quantité de force absolue Q. La puissance ne peut dans ce cas faire tourner le levier autour du point C, & toute son action se réduit à tirer le levier de Q vers C, en comprimant l'obstacle M avec l'extrémité C du levier; & de même que quand la puissance agit dans la direction QB perpendiculaire au levier, son unique effet se réduit à faire tourner le levier, sans occasionner aucune compression contre l'obstacle M; ainsi l'on voit, que quand la puissance agit dans une direction QF intermédiaire entre QB & QC, une partie de son action doit être employée à faire tourner le levier autour du point C, & l'au-

tre partie à comprimer l'obſtacle M avec l'extrémité C du levier.

156. Pour déterminer l'action de la puiſſance Q, pour faire tourner le levier, & l'action employée à comprimer l'obſtacle M, on ſuppoſe la même conſtruction qu'a la figure précédente, ayant fait le centre en Q avec l'intervalle Q B, qui exprime la quantité de la puiſſance Q; on décrit le quart de cercle D B F, & l'on tire les droites F H, F K, reſpectivement perpendiculaires aux droites Q C, Q B, on aura Q B = Q F ſinus total de l'angle F Q C, F H = K Q ſon ſinus droit, & H Q = F K ſon co-ſinus. Partant nous aurons pour moment de la force, qui tente à faire tourner le levier autour du point C, dans la direction Q F, l'expreſſion du produit de Q F par le ſinus droit F H (§. 154), c'eſt-à-dire, que la puiſſance Q F, qui dans la direction oblique Q F, tente à faire tourner le levier autour du point C, fait le même effet, comme ſi une puiſſance Q K = F H, appliquée auſſi en Q tiroit ſuivant la direction perpendiculaire Q B; enſuite le co-ſinus H Q = F K exprime la quantité de force abſolue, avec laquelle la puiſſance Q F comprime l'obſtacle M dans la direction Q C.

Pl. 4. F. 15

157. On nomme *force compoſée* la puiſſance Q F, qui avec les deux autres F H, H Q, forme le triangle F Q H, & *forces ſimples* ou *compoſantes* les deux F H, Q H.

Comme les deux forces compoſantes, combinées comme ci-deſſus, produiſent toujours le même effet, que la force compoſée, on peut toujours ſubſtituer à volonté la force compoſée aux deux compoſantes, & au contraire.

158. On dit *compoſer les forces*, lorsqu'à deux puiſſances on en ſubſtitue une qui produit le même effet; & *réſoudre les forces*, lorsqu'aulieu d'une ſeule, on en ſubſtitue deux, qui produiſent le même effet.

Ces opérations de compoſer & de réſoudre les forces ſont d'un grand uſage en méchanique, & quoique dans la démonſtration ci-deſſus (§. 156), les forces forment un triangle rectangle, il eſt néanmoins arbitraire de compoſer ou de réſoudre les forces par les triangles obtus ou aigus, ſuivant qu'il eſt plus avantageux dans des cas particuliers.

On doit enfin ajouter, qu'après avoir ſéparé une force en deux, on peut encore conſidérer chacune des forces compoſantes, comme compoſée, & on pourra la réſoudre en deux, & ainſi de ſuite. On pourra au contraire conſidérer deux forces compoſées, comme ſimples & en former une troiſieme compoſée, & pourſuivre ainſi de l'une à l'autre à compoſer les forces.

159. Si on prolonge la droite BQ vers R, & qu'on faſſe QR = QK = FH, QR exprimant la

direction & la quantité d'une puissance qui tire le levier Q C de Q vers R, dans le sens opposé à Q F, la puissance Q R sera en équilibre avec Q F, puisque cette derniere, tirant dans cette direction, est équivalente à la puissance Q K dans la direction Q B (§. 156); la direction Q R étant en outre perpendiculaire au levier Q C, il s'ensuit (§. 155), que Q R n'agit point contre l'obstacle M, pour le comprimer de Q vers C; il ne reste donc que la seule compression Q H de la puissance Q F. Si on tire ensuite la droite H R, elle sera parallele & égale à Q F, puisqu'elle joint les lignes égales & paralleles par construction Q R, H F, & ainsi R H F Q sera un parallélogramme dont Q H sera la diagonale.

160. Il résulte de ce qui a été dit, que si deux puissances, tirant selon les directions F Q, R Q, obliques entr'elles, sont en équilibre autour du point Q, si on décrit un parallélogramme F H R Q dans l'angle des directions F Q R, & avec les droites F Q, R Q, qui expriment la valeur de chacune de ces puissances, la diagonale H Q, qui passe par le point Q, exprimera la réaction ou la résistance que rencontre le levier, & par conséquent, si après avoir prolongé C Q vers N, on fait Q N = Q H, Q N exprimera la direction & la valeur d'une troisieme puissance équivalente, qui tirant de Q vers N, se met en équilibre avec les deux autres Q F, Q R.

On démontre ensuite par des raisonnements analogues aux précédents, que si trois puissances, dont la valeur & les directions sont représentées par les droites QF, QR, QN, sont en équilibre entr'elles autour du point Q, tirant chacune de leur côté, ou poussant à la partie opposée, si avec deux de ces droites & l'angle qu'elles forment entr'elles, on décrit un parallélogramme, la diagonale de ce parallélogramme, qui passe par le point Q, sera toujours égale & sur la direction de la troisieme puissance.

161. Pour faire l'application du théorême précédent aux puissances, qui, attachées d'une maniere quelconque à une verge droite ou tortue, tirent sur des directions obliques entr'elles, il convient de faire observer, que l'action d'une puissance Q, qui tire ou pousse le point C avec Pl. 4. F. 16
une corde ou une verge, est toujours la même, en quelque point F de la direction CQ que la puissance soit appliquée. Cette proposition est claire par elle-même, & n'a pas besoin de démonstration. Cela prouvé:

162. Deux puissances AC, BD, appliquées aux points A, B, d'une verge AKB, droite ou tortue, tirant du même côté sur des directions AC, BD, obliques entr'elles, on cherche une troisieme puissance KL, qui, appliquée à un point K de la verge, soit en équilibre avec les deux autres.

On prolonge les directions A C G, B D H, Pl. 4. jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en un point F, *F.* 17 l'on fait F G = A C, F H = B D, & ayant achevé le parallélogramme F G E H, on tire la diagonale E F indéfinie vers L; si on fait K L = E F, K L sera la direction & la valeur de la troisieme force cherchée; parce que la puissance appliquée en A, qui tire de A vers C, fait le même effet, que si elle étoit appliquée en G (§. 161), & de même la puissance appliquée en B, qui tire B vers D, fait le même effet, que si elle étoit appliquée en H, & cependant les deux forces appliquées en G, H, tendent à tirer le point F chacune de leurs côtés; mais comme la troisieme force K L est égale à la diagonale F E, & se trouve sur la même direction, tirant dans le sens opposé aux deux autres, ainsi il y aura équilibre entre les trois puissances (§. 160). Si les puissances venoient à tirer de A vers P, & de B vers Q, alors la troisieme puissance appliquée en K devroit tirer de K vers F, c'est-à-dire, toujours en sens opposé aux deux autres (§. 145).

163. On nomme *point de concours* le point F, où les directions des forces se coupent, & *ligne d'équilibre* la ligne L F E, qui se trouve dans la direction de la force équivalente K L.

Pl. 4. 164. Si les deux forces A C, B D, attachées à *F.* 18 la verge inflexible A B, tirent en sens opposé,

c'eſt-à-dire, de A vers C, & l'autre de B vers D, & qu'on veuille trouver une troiſieme puiſſance M N, qui faſſe équilibre, il faudra prolonger les directions obliques A C, B D, du côté de F, où elles peuvent ſe rencontrer, & ayant fait F G = AC, F H = B D, on voit le côté, où l'on veut appliquer la troiſieme puiſſance; ſuppoſant que ce ſoit du côté de M, on prendra F G pour la diagonale d'un parallélogramme, & F H pour ſon côté; ayant achevé le parallélogramme F G H E, on prolongera le côté E F vers N, & la verge B A vers M, d'une maniere indéterminée, juſqu'à ce qu'elle ſe coupe en M avec E F prolongée: ſi l'on fait M N = E F, M N, ſera la direction & la quantité de la troiſieme force cherchée, qui tire de M vers N.

Si on vouloit enſuite la troiſieme force du côté de P, après avoir prolongé les directions A C, Pl. 4. F. 19
B D vers F, & fait F G = A C, F H = B D, on prendra F H pour diagonale d'un parallélogramme, & F G pour ſon côté, achevant le parallélogramme F G H O, on prolongera le côté O F vers P, comme auſſi la verge A B, de maniere qu'elle coupe le côté prolongé, & ayant fait P Q = F O, P Q ſera la direction & la quantité de la troiſieme puiſſance cherchée, qui tire de P vers Q.

165. Si les puiſſances appliquées à la verge in-

flexible, qui tirent dans des directions obliques, sont plus de deux en nombre, telles que A C, B D, G H, P Q, & qu'il soit nécessaire de trouver la force équivalente K L, qui fait équilibre avec elles, on pourra le faire ou par la composition, ou par la résolution des forces.

Pl. 4. F. 20

Pour y arriver en composant les forces, il suffit de réduire deux puissances en une seule, par exemple, les puissances A C, B D, en prolongeant leurs directions du côté de F, où elles se rencontrent, faisant le parallélogramme F E I O, dans lequel F E = B D, F O = A C, & ayant tiré par les points I, F, la droite I F M, & fait M N = I F (§. 162), M N sera la direction & la valeur de la force composée, qui fait le même effet appliquée en M, que les deux autres simples A C, B D; on opérera de la même maniere, pour avoir la force composée R S, qui fait le même effet appliquée en R, que les deux autres simples G H, P Q. Après avoir réduit de cette maniere toutes les puissances données à deux seules M N, R S, on leur trouvera ensuite (§. 162) la direction & la quantité de force équivalente K L.

S'il arrive, que les forces M N, R S, soient paralleles entr'elles, dans ce cas la direction de la force équivalente leur sera aussi parallele, sa valeur sera exprimée par M N + R S (§. 143), & l'on trouvera le centre d'équilibre K selon le §. 150.

166. Pour réſoudre le même problême, en décompoſant les forces, on fera comme il ſuit. Soient appliquées à la verge A G, les puiſſances AC, BD, RM, GH, qui tirent dans des directions obliques, il faut trouver le centre d'équilibre K, la direction & la quantité de force équivalente. Pl. 4. F. 21

On réſout chaque puiſſance en deux (§. 158), Soit l'une d'elles dans la droite A G, & ſoit l'autre perpendiculaire à A G, comme on l'obſerve aux triangles A I C, BDP, GHQ, R M N, rectangles reſpectivement en I, P, Q, N; on trouve (§. 151) la diſtance

$$AK = \frac{IC \times AI + PD \times AP + QH \times AQ - MN \times AN}{IC + PD + QH - MN},$$

pour le centre d'équilibre K, qui appartient aux forces ſimples & paralleles I C, P D, QH, M N.

Pour avoir à préſent la direction & la quantité de force équivalente, on fait attention, que les forces G Q, N R, agiſſent contre le point K, toutes les deux de G vers K, dans la direction G K, d'où leur action ſera exprimée par $GQ + RN$. Mais l'action des deux autres forces A I, PB, placées de l'autre côté du point K, a lieu en ſens oppoſé, puiſque A I tirant de A vers K, l'autre PB tire de K vers A, & ainſi on aura $AI - PB$. On ſouſtrait cette quantité de l'autre, qui ſera $GQ + RN - AI + PB$. Si cette expreſſion de-

vient zero, elle prouvera que les forces ſimples, qui agiſſent de part & d'autre du point K dans la direction A G, ſont en équilibre entr'elles; d'où la direction & quantité de force équivalente ſera exprimée par la perpendiculaire K F = I C + P D + Q H − M N (§. 134, 151). Mais ſi l'expreſſion G Q + R N − A I + P B, eſt une quantité = z, on tirera du point F, la droite O F L, parallele à A G, & on portera la valeur de z, de F en L, qui ſera poſitive, & négative de F en O, & K L ſera dans le premier cas la direction & la quantité de force équivalente; mais il faudra prendre K O dans le ſecond cas pour les directions & quantité de force équivalente, ſelon ce qui a été déjà expliqué.

167. Pour acquérir une connoiſſance entiere de l'équilibre entre les puiſſances jointes enſemble par une verge inflexible, & qui agiſſent dans des directions obliques, il reſte encore à conſidérer les mêmes effets ſous un autre point de vue.

Pl. 4. F. 22 Si deux puiſſances A C, A D, ſont en équilibre entr'elles autour du point A, avec une troiſieme force A B, les deux forces A D, A C, ſont entr'elles dans la raiſon réciproque des perpendiculaires tirées d'un point quelconque pris ſur la direction B F de la troiſieme force, & ſur les directions A D, A C des deux autres forces.

On fait dans l'angle C A D, avec les droites C A, D A, le parallélogramme C A D F, la diagonale A F sera égale & sur la direction de la troisieme force A B (§. 160). On tire du point F, les droites F K, F L, perpendiculaires à A C, A D, prolongées s'il le faut, & l'on prend A F pour le sinus total des angles F A L, F A K, F L sera le sinus de l'angle F A L, & F K le sinus de l'angle F A K = A F D. Mais on a par la trigonométrie les côtés d'un triangle dans le même rapport que les sinus des angles opposés, donc l'on aura dans le triangle CFA, semblable & égal au triangle DFA, C F : F K : : C A : F L, permutant & écrivant, au lieu de C F, son égale A D, on aura A D : A C : : F K : F L. Donc si deux forces &c.

La même démonstration a lieu, si à la place du parallélogramme C A D F, on en fait un autre semblable A I G H, & qu'on tire les perpendiculaires G M, G N.

168. Si trois forces, dont les quantités & directions sont exprimées par les droites A C, B D, K L, attachées à la verge A K B, sont en équilibre entr'elles, & qu'on tire la droite A B, qui coupe en M la direction L K F de la force équivalente K L, je dis que les deux forces A C, B D, sont entr'elles dans la raison réciproque des perpendiculaires M Q, M P, tirées du point M, sur les directions des mêmes forces. Pl. 4. F. 23

Soit le point de concours des trois forces F, & soient tirées du point M, les droites MG, paralleles à BF, MH, paralleles à AF, on aura dans les droites FM, FH, FG = MH, d'où la proportion des trois forces sera FH : MH :: BD : AC; mais l'on a par le paragraphe précédent, FH : MH :: MP : MQ; donc substituant les forces BD, AC, aux droites qui leur sont proportionnelles, on aura BD : AC :: MP : MQ. Donc &c.

169. Les parties MB, MA, de la droite AB coupées par la ligne d'équilibre K, sont dans la
Pl. 4. F. 24 raison réciproque des puissances BD, AC, divisées par leur distance respective du point de concours F, c'est-à-dire, MA : MA :: $\frac{AC}{AF}$: $\frac{BD}{BF}$.

On tire du point F, FI perpendiculaire à AB, & du point M, MP, MQ, respectivement perpendiculaires aux droites AF, BF, & l'on considere les deux triangles AIF, APM, comme semblables entr'eux par la construction, ainsi que les deux autres triangles BIF, BQM; c'est pourquoi on aura MQ : FI :: MB : BF, FI : MP :: AF : AM, & multipliant les deux analogies terme par terme, & corrigeant l'expression, on aura MQ : MP :: MP×AF : AM×BF, & écrivant AC : BD, aulieu de MQ : MP, & permutando, on aura AC : MB × AF :: BD : MA×BF

M A × B F ou $\frac{AC}{AF}$: M B : : $\frac{BD}{BF}$: M A, & nous aurons invertendo M B : M A : : $\frac{AC}{AF}$: $\frac{BD}{BF}$. Ainſi les parties &c.

170. Si l'on ſuppoſe dans la propoſition précédente, que le point de concours F s'éloigne infiniment du point M, les directions des trois forces ſeront paralleles entr'elles, & on aura dans ce cas A F = B F; d'où l'analogie M B : M A : : $\frac{AC}{AF}$: $\frac{BD}{BF}$, deviendra M B : M A : : A C : B D, ce qui eſt juſtement le théorême démontré (§. 146, 147, 148) pour les puiſſances, qui agiſſent dans la même direction.

De plus ſelon la ſuppoſition, l'angle F formé par le concours des deux côtés du parallélogramme des forces, devient infiniment petit, ainſi la diagonale de ce parallélogramme, qui exprime la force équivalente, devient égale aux deux côtés pris enſemble, c'eſt-à-dire, que la force équivalente eſt égale à la ſomme des deux autres.

On voit d'après cela, que le théorême démontré dans le paragraphe précédent eſt très-général, puiſqu'il a lieu dans telle direction que les puiſſances agiſſent.

171. Il ſuffira, pour completter cette théorie, d'obſerver, que dans tout ſyſtême poſſible de puiſſances jointes enſemble d'une maniere quelconque,

1°. Si on résout chaque puissance en deux, de maniere que toutes les puissances simples, prises en un sens, soient paralleles entr'elles, & que la même chose arrive aux autres puissances simples prises dans l'autre sens, on pourra toujours trouver, par les regles données le centre d'équilibre des puissances liées.

2°. Si du centre d'équilibre on tire des perpendiculaires sur chaque direction des puissances liées, on aura toujours la somme des moments de celles, qui agissent d'un côté, égale à la somme des moments de celles, qui agissent dans la partie opposée.

Nous ne nous arrêterons pas à donner la démonstration de cette proposition, elle se déduit facilement d'après ce qui a été déjà enseigné.

CHAPITRE TROISIEME.

Du Centre de Gravité.

172. Il y a dans chaque solide, chaque surface & chaque ligne un point, autour duquel tous les éléments, qui constituent ces grandeurs, se mettent en équilibre; on nomme ce point *centre de gravité*, non obstant, que la ligne & la surface mathématique soient sans pesanteur.

173. On nomme aussi *centre de gravité*, le centre d'équilibre de tel systême de corps que ce soit,

dont l'action dépend du poids de la matiere constituante.

174. Si on divise une droite A B par moitié en C, ce point sera le centre de gravité de la droite proposée.

On nomme A B $= x$, B F $= dx$ sera sa fluxion. On considere chaque élément ou fluxion dx, comme un poids; son moment relativement au point A, sera A B × B F $= x\,dx$ (§. 139), dont l'intégrale $\frac{x^2}{2}$ exprime la somme des moments de cette droite. Or si on divise cette somme par celle des poids ou des éléments $= x$, on aura $\frac{x^2}{2x} = \frac{x}{2} = \frac{AB}{2} =$ A C, qui est la distance du centre de gravité C au point A (§. 152). Pl.4. F.25

175. Si une ligne droite divise par la moitié tous les éléments d'une surface plane, le centre de gravité de la surface sera sur la droite, qui divise ces éléments par la moitié.

Soit, par exemple, le parallélogramme A B C D, avec les éléments A E F B, E E F F, E F D C, tous divisés par le milieu, par la droite G H, on considere les demi-éléments égaux comme autant de poids, & comme ils sont également distants de leur point d'appui respectif, donc A E I G, sera en équilibre avec son correspondant G I F B, E E I I, avec son correspondant I F F I, E C H I, avec son correspondant I H D F, ainsi la som- Pl.5. F.26

me de tous ces demi-éléments exprimée par la ſuperficie A C H G, ſera en équilibre avec la ſomme G H D B, des autres demi-éléments qui ſe trouvent de l'autre côté de la droite G H. G H ſera donc un axe d'équilibre, ſur lequel ſe trouvera par conſéquent le centre d'équilibre ou le centre de gravité de la ſurface A C D B.

On prouvera par un ſemblable raiſonnement, que le centre de gravité du triangle, du cercle, de la parabole, de l'ellipſe & de toute autre figure plane, exiſte ſur la droite, qui diviſe en deux parties égales tous les éléments de la figure.

176. Puiſque la droite, qui diviſe en deux parties égales tous les éléments d'une ſurface plane, contient le centre de gravité de la ſurface (§. 175), il s'enſuit que ſi les éléments ſont diviſibles de la même maniere par deux droites, le centre de gravité de la ſurface ſera au point d'interſection de ces deux droites. C'eſt pourquoi, Pl. 5. F. 27 ſi on tire dans le parallélogramme A B C D deux diagonales A C, B D, on aura ſon centre de gravité au point d'interſection E; ſi on tire dans le Pl. 5. F. 28 triangle F G H, les droites H L, F I, chacune d'elles diviſe en deux parties égales le triangle propoſé, on aura ſon centre de gravité au point d'interſection K. Par la même raiſon les deux Pl. 5. diametres M N, P Q, d'un cercle ou d'une ellip- F. 29 ſe M P Q N diviſants par moitié tous les éléments

de ces deux figures, on aura à leur point d'interfection R le centre de gravité, qui fe confond avec le centre de la figure.

177. Mais dans les autres figures, dont tous les éléments font divifibles au milieu par une feule droite, tels que le trapeze, le demi-cercle, la demi-ellipfe, la parabole, l'hyperbole &c. dans ces figures, dis-je, il faudra encore employer quelque autre opération, pour avoir leur centre de gravité.

178. Pour trouver le centre de gravité du trapeze A B C D, on prolonge les deux côtés obliques A B, C D, du côté où ils font convergents, jufqu'à ce qu'ils fe rencontrent en F, & l'on tire la droite F K, qui divife en deux parties égales le triangle A F D, elle divifera auffi par moitié le triangle B F C, & le trapeze A B C D, & par conféquent les centres de gravité de ces deux figures feront fur la droite F K (§. 175). Pl. 5. F. 3.

On trouve le centre de gravité E du triangle B F G, & le centre de gravité G du triangle A F D (§. 176); on obferve enfuite, que le point G doit être le centre d'équilibre entre le triangle B F C, & le trapeze A B C D; d'où par ce qui a été enfeigné dans le chapitre précédent, le centre de gravité H du trapeze doit être de G vers K. Suppofons à préfent que la fuperficie A B C D, exprime un poids attaché à l'extrêmité H de la verge

EH, & qu'un autre poids exprimé par le triangle BFC, soit attaché à l'autre extrémité E, on aura dans l'état d'équilibre (§. 150) $ABCD \times GH = BFC \times GE$, delà nous aurons

$GH = \frac{BFC \times GE}{ABCD}$, pour la distance cherchée, & H sera le centre de gravité du trapeze proposé.

179. Pour trouver le centre de gravité de telle figure rectiligne que ce soit, il suffira de la partager en triangles, & après avoir trouvé le centre de gravité de chaque triangle, on trouvera ensuite le centre de gravité commun à tous (§. 153).

Soit, par exemple, un trapézoïde ABCD, Pl. 5. F. 31 on le divise en deux triangles par la droite AC, & on trouve les centres de gravité E, F, de chaque triangle (§. 176), ayant tiré la droite EF, que l'on considere comme une verge inflexible, à l'extrémité de laquelle sont attachés les poids exprimés par la superficie des triangles correspondants, on trouve leur centre d'équilibre G, selon le §. 150. & ce point G sera le centre de gravité cherché du trapézoïde proposé.

Veut-on trouver le centre de gravité de la Pl. 5 F. 32 figure rectiligne KHILM ? on partagera cette superficie en triangles HIL, KLH, KLM, KMN, & ayant trouvé séparément le centre de gravité de chacun, on cherchera leur centre de gravité commun, selon le §. 153; envisageant

pour cela chaque triangle comme un poids raſſemblé à ſon centre de gravité.

180. Le centre de gravité d'une ſurface mixtiligne A B C, terminée par une courbe ou par une droite, ſe trouve de la maniere ſuivante, pourvu que tous les éléments A H K C, H L M K ſoient diviſibles en deux parties égales par une droite B F, tels que la parabole, l'hyperbole, les portions de cercle & d'ellipſe &c. Pl. 5. F. 32

On conſidere chaque élément de la ſurface comme un poids attaché à la droite B F, & on trouve le moment de cet élément relativement au ſommet B. Pour y arriver, on nomme une abſciſſe quelconque B F $= x$, l'ordonnée correſpondante A F $=$ F C $= y$, on aura A H K C $= 2 y d x$ pour un élément quelconque de la figure mixtiligne A B C, & multipliant cet élément par la diſtance correſpondante B F $= x$, $2 y x d x$ ſera le moment de cet élément.

Si on integre ſéparément chacune de ces formules, en ſubſtituant à la place de y, ſa valeur x, donnée par l'équation à la courbe, on aura dans ces intégrales la ſomme des éléments & des moments; d'où il ſuit, que ſi on diviſe cette derniere par la premiere, le quotient $\frac{\int 2 y x d x}{\int 2 y d x}$ donnera la diſtance B G pour le centre de gravité G recherché (§. 152).

181. Pour appliquer les regles données aux cas

particuliers, soit la courbe A L B M C, une parabole de l'équation $y^2 = px$, substituant dans les deux formules la valeur de y, déduite de cette équation, on a 1°. $2y\,dx = 2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx$

2°. $2y\,x\,dx = 2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}dx$, & intégrant chacune d'elles, on aura $\frac{4p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}}{3}$ pour la somme des éléments, & $\frac{4p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{5}{2}}}{5}$ pour celle des moments; divisant cette somme par l'autre, on aura

$\frac{3\times 4p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{5}{2}}}{5\times 4p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{5}x = \frac{3}{5}BF = BG$, d'où l'on aura G pour le centre de gravité cherché.

Si l'équation de la courbe, dont on cherche le centre de gravité est $y^3 = x^2$, substituant dans les formules ci-dessus cette valeur de $y = x^{\frac{2}{3}}$, elle deviendra 1°. $2y\,dx = 2x^{\frac{2}{3}}dx$

2°. $2y\,x\,dx = 2x^{\frac{5}{3}}dx$, & intégrant, on aura $\frac{6x^{\frac{5}{3}}}{5}$ pour la somme des éléments, & $\frac{3}{4}x^{\frac{8}{3}}$ pour la somme des moments; d'où divisant la seconde par la premiere, on a

$\frac{5\times 3x^{\frac{8}{3}}}{4\times 6x^{\frac{5}{3}}} = \frac{5}{8}x = \frac{5}{8}BF = BG.$

Si la surface A L B M C, est le demi-cercle de l'équation $y^2 = ax - x^2$, substituant dans les deux formules cette valeur de $y = \sqrt{ax-x^2}$, on

aura 1°. $2y\,dx = 2\sqrt{ax-x^2}\times dx$

2°. $2yx\,dx = 2\sqrt{ax-x^2}\times x\,dx$, & inté-

grant & divifant, on aura $\frac{\int 2\sqrt{ax-x^2}\times x dx}{\int 2\sqrt{ax-x^2}\times dx} = BG$.

On ne peut avoir ces intégrations comme nous l'avons vu dans les mathématiques transcendantes, que par approximation.

On opérera de la même maniere, pour trouver le centre de gravité de l'hyperbole, des portions d'ellipses & des autres courbes, dont tous les éléments fe divifent en deux parties égales par une droite; il ne peut y avoir de différence, que dans le calcul.

182. Si enfuite le mixtiligne, dont on doit trouver le centre de gravité, embraffe plus de deux lignes, on s'y prendra de la maniere fuivante.

Soit en premier lieu le mixtiligne A B C D E Pl. 5. F. 34 renfermé par une feule courbe B D C, & par deux & plufieurs droites. On tire pour foutendante à la fusdite courbe la corde B C, on aura le rectiligne A B C E, & le mixtiligne B D C, circonfcrit par une feule courbe & par une droite, & fi par conféquent tous fes éléments font divifibles par moitié par une droite quelconque, on en trouvera le centre de gravité F felon le §. 180. Ayant enfuite trouvé le centre de gravité H du rectiligne A B C E (§. 179), on cherchera le centre commun de

gravité G entre les deux ſuperficies ABCE, BDC (§. 179), moyennant que la courbe BDC ſoit convexe au dehors; mais ſi la convexité de la courbe eſt tournée en dedans de la figure, comme dans le mixtiligne KLMNOS, alors après avoir tiré la corde KM, & trouvé le centre de gravité P du mixtiligne KLM, & le centre de gravité Q du rectiligne KMNOS, on tirera la droite PQ prolongée vers R, & on trouvera conformément au §. 178 la diſtance $QR = \frac{KLM \times QP}{KLMNOS}$.

Pl. 5. F. 35

183. Soit en ſecond lieu un mixtiligne circonſcrit par plus d'une courbe, comme ABCDEFHG, il faudra, pour avoir ſon centre de gravité, tirer pour ſoutendânte à chaque courbe ABC, CDE, GHF, les cordes correſpondantes AC, CE, GF, pour avoir les mixtilignes ſimples ABC, CDE, GHF, dont on trouvera les centres de gravité N, O, P, de chacun (§. 180), & ayant trouvé le centre de gravité K du rectiligne ACEFG, (§. 179) on cherchera le centre de gravité L du mixtiligne ACEFHG (§. 182), dans lequel il n'y a qu'une ſeule courbe, dont la convexité GHF ſoit tournée au dedans de la figure; & finalement on trouvera entre les mixtilignes ſusdits & les deux autres figures ſimples ABC, CDE, le centre commun de gravité M, conformément aux §. 179, 182.

Les regles pour trouver le centre de gravité des différentes ſurfaces, ſont néceſſaires dans l'architecture militaire & civile, pour déterminer la réſiſtance des murs de clôture contre les terre-pleins, & celle des pieds droits, qui doivent ſoutenir des arcs, des murs de face, des coupoles &c.

184. Paſſons aux regles pour trouver le centre de gravité des ſolides.

Si un plan coupant diviſe en deux parties égales entr'elles tous les éléments d'un ſolide, le centre de gravité de ce ſolide ſera dans le plan coupant. Pour démontrer cette propoſition, il ſuffira de faire des réflexions analogues à celles du §. 175.

Il ſuit de cette propoſition, que ſi tous les éléments d'un ſolide ſont diviſibles par deux plans en la maniere indiquée, le centre de gravité du ſolide ſera ſur la droite produite par l'interſection de ces deux plans, & ſi le ſolide eſt diviſible de la maniere décrite par trois plans coupants, qui n'aient qu'un ſeul point de commun, ce point ſera le centre de gravité du ſolide.

185. Le parallélipipede, le cylindre & la ſphere étant diviſibles par trois plans, ſuivant la maniere décrite ci-deſſus, on en trouvera facilement le centre de gravité par la Géométrie d'Euclide.

Mais quant aux ſolides, dont les éléments ſont

divisibles en deux parties égales & semblables, par un ou deux plans seulement; il faut en pareil cas employer d'autres opérations, pour trouver leur centre de gravité. Ces opérations deviennent plus composées, lorsqu'on entreprend de trouver le centre de gravité des solides, dont les éléments sont divisibles par un seul plan, en parties semblables & égales.

186. Comme les éléments des pyramides, des cônes, & des conoïdes droits & inclinés, & de tous les solides engendrés par la révolution d'une figure plane autour d'un de ses côtés rectilignes, sont tous divisibles en deux parties égales & semblables, par des plans qui se coupent sur l'axe de ces solides; le centre de gravité de ces solides sera sur leur axe (§. 184).

Pl. 5. F. 37 Pour trouver le centre de gravité des solides représentés par la figure ABECH, dont AF exprime l'axe. Supposons que BAC soit un plan par l'axe, & soit une abscisse quelconque $AF = x$, son ordonnée $BF = CF = y$, $y^2\,dx$ sera l'élément du solide ou d'une quantité qui lui est proportionnelle, & $y^2\,x\,dx$ exprimera le moment de cet élément par rapport au point A.

Si on connoît par une équation la nature du plan ABC, en substituant dans les deux formules $y^2\,dx$, $y^2\,x\,dx$, la valeur de y donnée par x, dans cette équation, on aura, en intégrant ces

formules, la somme des éléments & celle de leurs moments; divisant ensuite cette derniere somme par la premiere $\frac{\int y^2 x dx}{\int y^2 dx}$, sera la distance A G du centre de gravité G (§. 152).

187. Pour servir d'exemple, soit le solide B A C, une pyramide ou un cône, A F C sera un triangle; dont la proportion de l'abscisse à l'ordonnée correspondante sera constante; c'est pourquoi on pourra écrire dans les formules x au lieu de y, & l'on aura 1°. $y^2 dx = x^2 dx$

2°. $y^2 x dx = x^3 dx$, & intégrant $\frac{x^3}{3}$ sera la somme des éléments, & $\frac{x^4}{4}$ celle des moments, d'où $\frac{3 \times x^4}{4 \times x^3} = \frac{3}{4}$ A F = A G, sera la distance cherchée pour le centre de gravité G.

Si le solide proposé est un conoïde formé par la révolution de la demi-parabole A K C autour de l'axe A F, dont l'équation soit $px = y^2$, substituant cette valeur de y^2 dans les deux formules, on aura 1°. $y^2 dx = px dx$

2°. $y^2 x dx = px^2 dx$, & intégrant $\frac{px^2}{2}$ sera la somme des éléments, & $\frac{px^3}{3}$ celle des moments, d'où $\frac{2 \times px^3}{3 \times px^2} = \frac{2}{3} x = \frac{2}{3}$ A F = A G.

Si le solide est engendré par une courbe A I C, dont la convexité étant tournée vers la droite A F tangente en A, soit emportée par un mouve-

ment de rotation autour de cette droite, & que l'équation de la courbe soit $x^5 = m^3 y^2$, substituant dans les formules $\frac{x^3}{m^3}$ aulieu de y^2, on aura

1°. $y^2 dx = \frac{x^5 dx}{m^3}$

2°. $y^2 x dx = \frac{x^6 dx}{m^5}$, & intégrant $\frac{x^6}{6m^3}$ fera la somme des éléments, & $\frac{x^7}{7m^3}$ celle des moments; d'où divisant la seconde somme par la premiere, on aura $\frac{6x}{7} = AG$.

Si le solide est produit par la révolution d'un arc de cercle ou d'une hyperbole équilatere autour de la partie A F du diametre, $y^2 = ax + x^2$ sera l'équation du plan coupant B A C, au moyen de quoi substituant la valeur de y^2 dans les deux formules, elle deviendra

1°. $y^2 dx = ax dx + x^2 dx$

2°. $y^2 x dx = ax^2 dx + x^3 dx$, & intégrant nous aurons $\frac{ax^2}{2} + \frac{x^3}{3}$ pour la somme des éléments, & $\frac{ax^3}{3} + \frac{x^4}{4}$ pour celle des moments, & faisant après la division, on aura $\frac{\overline{4a+3x} \times x^3}{6a+4x} =$ A G, & ainsi d'autres semblables.

188. Il sera aisé de trouver par les regles données les centres de gravité des corps, qui font partie de quelqu'un des solides du §. 183, 186, & des autres corps formés des solides simples désignés. Pour trouver, par exemple, le centre

de gravité des pyramides tronquées, des cônes & conoïdes tronqués, des zones &c. pourvu que les deux bafes AD, BC, foient paralleles entr'elles, on décrira la partie reftante du folide BFC; on trouvera enfuite le centre de gravité de tout le folide AFD, & le centre de gravité K du folide BFC. Pl.5. F.38

Après quoi on obfervera, que les centres de gravité des deux folides BFC, & du tronc ABCD, doivent être de part & d'autre du point G, qui leur fert de centre d'équilibre & fur l'axe KGH.

Suppofant que H foit le centre de gravité du tronc ABCD, le produit de GK par le folide BFC, fera égal dans l'état d'équilibre au produit de GH par le tronc ABCD (§. 150), nous aurons ainfi $GH = \frac{GK \times BFC}{ABCD}$ pour la diftance cherchée.

La même regle fervira pour les folides entiers ou tronqués, qui ont quelque vuide dans l'intérieur, pourvu que leur figure foit femblable à celle des folides (§. 185, 186). S'agit-il, par exemple, de trouver le centre de gravité du folide EILNOSKM, dans lequel il y a un vuide LNOS? on cherche d'abord le centre de gravité P, du folide EIKM, confidéré comme s'il étoit par-tout maffif, on trouve enfuite le centre de gravité Q du vuide LNOS; fi le point Q Pl.5. F.39

tombe en P, P sera le centre cherché du solide proposé avec l'espace vuide; mais si Q tombe au-delà de P, on tirera la droite PQ, & on marquera sur la partie prolongée vers R, la distance $PR = \frac{PQ \times LNOS}{EILNOSKM}$, & R sera le centre de gravité cherché.

189. Finalement pour trouver le centre de gravité d'un solide composé des solides simples cités
Pl. 5. F. 40 ci-dessus, par exemple, du solide ABCDEFG, composé d'une demi-sphere CDE, d'un cylindre BCEF, & d'un cône tronqué ABFG, il suffira de concevoir qu'au moyen des plans coupants CE, BE, coïncidants à la figure, tout le solide proposé soit divisé en éléments simples ci-dessus, & qu'après avoir trouvé le centre de gravité particulier de chacun d'eux (§. 185, 186), on trouvera le centre de gravité commun à tous les solides simples, suivant le §. 153.

On trouvera en opérant d'après cette regle & d'après le paragraphe précédent, le centre de gravité des solides composés qui ont aussi des vuides intérieurs, provenants de la figure des solides désignés (§. 185, 186). Les canons & les mortiers solides appartiennent à cette cathégorie, on en trouvera le centre de gravité par les mêmes regles. Cette détermination sert à placer les manches & fixer les pivots nécessaires dans l'ar-

tillerie,

tillerie, dans la ſituation la plus avantageuſe pour la pratique.

CHAPITRE QUATRIEME.

De la réſiſtance des corps, qui procede de la peſanteur.

190. L'expérience nous apprend, que tous les corps tendent au centre de la terre par le chemin le plus court, en vertu de leur propre peſanteur, toutes les fois qu'ils ne ſont point arrêtés par un obſtacle directement oppoſé à cette tendance. Or comme nous avons fait voir dans les deux chapitres précédents, que l'action de la peſanteur d'un ou pluſieurs corps, joints enſemble, ſe manifeſte comme ſi toute la matiere étoit raſſemblée au centre de gravité du corps, ou du ſyſtême des corps, il s'enſuit que le corps ou le ſyſtême ſuivra ſon mouvement vers le bas toutes les fois, que ſon centre de gravité pourra s'approcher de celui de la terre; mais ſi le mouvement du centre de gravité eſt directement arrêté, le corps ou le ſyſtême des corps reſtera dans un parfait repos.

191. Le mouvement du centre de gravité eſt directement arrêté, lorsqu'un corps ſuſpendu à une corde, ou placé ſur un plan horizontal, a

fon centre de gravité fur la ligne d'à plomb, qui paffe par le point de fufpenfion ou par le point d'appui; mais fi les points de fufpenfion ou d'appui font hors de la ligne d'à plomb, qui paffe par ce centre, le mouvement de ce centre fera libre.

On nomme *ligne de direction*, la ligne d'à plomb qui paffe par le centre de gravité d'un corps, ou d'un fyftême de corps quelconque.

192. On tire les conféquences fuivantes de ce qui a été dit dans les paragraphes précédents:

1°. Que la fituation naturelle d'un ou de plufieur corps fufpendus à une corde ou verge mobile autour d'un point fixe dans la partie fupérieure, eft la direction d'à plomb de la corde & de cette même verge, & que fi on écarte les corps ainfi fufpendus de cette direction, ils fe livrent au balancement, fitôt qu'ils font en liberté.

2°. Que fi on place fur un plan horizontal
Pl.5. F.41 B C, une fphere B D, dont le centre de gravité foit fur la ligne d'à plomb B D, qui paffe par le point d'appui B, la fphere demeurera en repos; mais fi le centre de gravité n'eft pas commun avec celui de la figure, parce que la fphere à des vuides intérieurs, & que le dit centre de gravité eft en A, hors de la ligne d'à plomb B D, alors ce corps roulera fur lui même fur le plan B C.

3°. Si fur le plan horizontal K G, on place

deux parallélipipedes ou cylindres inclinés KPF, HQG, dont les centres de gravité soient P & Q, le solide KPF restera ferme, parce que la ligne de direction P p passe par la base KF; mais le solide HQG tombera, parce que la ligne de direction Q q tombe hors de la base BG. On voit delà, que si le solide KPF représente un bâtiment bien lié, & tel qu'on puisse le considérer comme un seul corps, il restera sur pied malgré son inclinaison; c'est ce qui arrive aux fameuses tours de Boulogne & de Pise. Pl. 5. F. 42

4°. Si ensuite le plan KG inclinoit de K vers G, comme l'obstacle, qu'un tel plan oppose au départ des graves, n'est plus direct, les deux solides, qu'il supporte, suivront leur mouvement de K vers G, avec cette différence, que si dans le corps KPF, la ligne P p de la direction continue à passer par la base KF, le solide glissera dessus; mais si la direction P p, passe hors de la base, le corps KPF tombera de même que l'autre GQH. C'est la raison pour laquelle les balles roulent toujours sur des plans inclinés, aulieu que les carreaux des planchers, ou d'autres corps de semblables figures glissent seulement, lorsque l'action de la pesanteur surpasse la résistance du frottement.

5°. Si sur deux regles jointes en D & écartées aux deux extrémités M, L, qui forment un plan Pl. 5. F. 43

afcendant de D vers L & M, on met le folide EFHG, formé avec deux cônes égaux F E G, F H G, unis entr'eux par la bafe F G, le folide roulera vers D, ou vers les autres extrêmités afcendantes M, L, à mefure que fon centre de gravité defcendra, fon mouvement étant déterminé par lui; mais fi le centre de gravité fe trouve à égale diftance du centre de la terre, le corps reftera dans un repos parfait dans tel lieu du plan D L M, qu'il fe trouve.

6°. Enfin c'eft de la théorie démontrée du centre de gravité, que dépendent les différentes manieres de marcher des hommes & des animaux, pour ne pas tomber, parce qu'ils ménagent la difpofition du corps, de façon que leur ligne de direction paffe toujours par la plante des pieds, qui pofent fur terre; c'eft auffi de cette difpofition que dépendent les jeux & les tours de force des danfeurs de théatre & des danfeurs de corde; le jeu des efcamoteurs, qui s'appuyant à l'extrêmité d'une table foutiennent en l'air un feau plein d'eau, dépend auffi de cette théorie.

193. Cette théorie fert auffi à trouver par la pratique le centre de gravité d'un folide d'une figure quelconque, pourvu qu'on puiffe manier ce folide à volonté. On fufpend pour cela le corps propofé par un fil, & tant qu'il refte dans fa fituation naturelle, on marque la direction du fil

prolongée par en-bas. On ſuſpend enſuite le corps à un autre point, & on aura ſur le prolongement du fil de cette ſeconde ſuſpenſion, une autre ligne droite, qui ſe coupera avec la premiere. Ce point d'interſection ſera le centre de gravité cherché.

Si aulieu de ſuſpendre le corps, on l'appuie en le plaçant de façon, qu'il reſte en équilibre, le plan vertical, qui paſſera par ce coin, rencontrera le centre de gravité propoſé, d'où il ſuit que ſi on place le corps de la maniere déſignée de trois façons différentes, de maniere que les trois plans verticaux, qui paſſent par le ſusdit coin, aient un ſeul point commun, ce point ſera le centre de gravité cherché (§. 184).

Si on a un modele de piece d'artillerie, on en trouvera facilement le centre de gravité, en opérant d'après ce qui a été enſeigné, aulieu que ſi on n'en a que le deſſin, il faudra faire un long calcul pour trouver ce centre (§. 189).

194. Nous avons conſidéré juſqu'à préſent les cas, dans lesquels un corps reſte en repos, & ceux dans lesquels il gliſſe ou vient à tomber. Il nous reſte à examiner la quantité de réſiſtance qu'il oppoſe dans l'état de repos.

Si on imagine un parallélipipede ou autre ſolide A B C D, placé ſur un plan horizontal A D, Pl. 5. F. 44
contre un des côtés duquel A B les forces agiſſent de B vers C : ſuppoſons, par exemple, que

ce solide représente le mole d'un port, d'une darse, une digue, ou autre piece de maçonnerie dans un fleuve, que les eaux choquent dans la direction B C, il est clair que si ces forces viennent à bout de faire mouvoir le solide, ce mouvement aura lieu, ou en faisant glisser le corps sur la base A D, ou en le faisant tourner autour du point D.

195. La résistance, que le corps oppose, pour ne pas glisser sur sa base, vient du frottement des parties, qui constituent la base du solide, sur le plan duquel le corps glisse: parce que ces mêmes parties étant très-irrégulieres, & formant diverses cavités & éminences, s'encastrent les unes dans les autres, ce qui fait que la surface supérieure ne peut pas glisser sur l'inférieure, à moins qu'on ne la souleve un peu.

La quantité de résistance dépend, généralement parlant, du poids du corps, de la grandeur de la base qui glisse, & de l'aspérité des deux surfaces qui se frottent. On détermine cette résistance par l'expérience; quoiqu'on puisse la faire de différentes manieres, nous nous contenterons d'en présenter une très-facile.

On place un des corps proposés comme A, sur
Pl. 5. F. 45 l'autre B C D, de façon qu'une des surfaces forme le plan incliné CD; on augmente ensuite par degrés l'angle d'inclinaison du plan, en l'élevant du côté de C, jusqu'à ce que le corps A com-

mence à gliſſer lentement. Il eſt clair dans cet état, que le frottement, qui agit parallélement au plan D C, & qui a retenu le corps A juſqu'à l'inclinaiſon ſusdite, ſera préciſément égal à la partie de la peſanteur, qui commence à faire gliſſer le corps. Donc tirant par le centre de gravité A, la ligne d'à plomb A F, qui exprime le poids total du corps, ſi cette force ſe décompoſe par A G, perpendiculaire au plan C D, on aura l'autre force F G, pour exprimer la partie de la peſanteur, qui commence à faire gliſſer le corps A en ſurpaſſant le frottement. C'eſt pourquoi, ſi on nomme P, le poids du corps A, on aura A F : G F :: P : $\frac{P \times GF}{AF}$, pour la quantité qui exprime en poids le frottement du corps A, au moment qu'il commence à ſe mouvoir ſur le plan C D.

196. Il réſulte généralement des expériences, que la quantité $\frac{P \times GF}{AF}$ ne ſera jamais moindre que la troiſieme partie du corps qui gliſſe; mais paſſons aux cas particuliers, on dira:

1°. Que dans les grands corps, dont la ſurface eſt peu raboteuſe, ſi on fait $\frac{P \times GF}{AF} = \frac{P}{3}$, ſans faire attention à la grandeur de la ſurface qui frotte, on ne commettra point, généralement parlant, d'erreur ſenſible.

2°. Que quand le corps, qui gliſſe ſur un autre, eſt très-petit, la quantité du frottement eſt plus grande que $\frac{P}{3}$.

3°. Que dans les grands corps, dont la baſe eſt remplie de cavités & de hauteurs ſenſibles, qui peuvent s'adapter aux cavités du plan inférieur, de façon que le corps ne puiſſe gliſſer ſans rompre ces hauteurs ; je dis dans ce cas, que la fermeté & la réſiſtance du corps pourra croître au point de devenir d'une longueur plus grande que le poids intérieur de ce même corps, ſelon le rapport qu'il y aura entre ce poids & la force d'adhéſion des corps qui ſe frottent. On pourra déterminer cette réſiſtance par les connoiſſances, que l'on donnera dans le chapitre ſuivant.

197. La ſeconde maniere, avec laquelle on pourra faire mouvoir un ſolide A B C D, placé ſur ſa baſe, & pouſſé ou tiré de C vers R, ſera en le faiſant tourner autour du point D (§. 194). Le centre de gravité du ſolide décrira dans ce mouvement l'arc G H, en montant de G vers H, juſqu'à la rencontre de la verticale D H.

Pl. 5. F. 46

La fermeté ou la réſiſtance, que le ſolide oppoſe en pareil cas, ſe fait à l'aide du levier. Il ſuffit, pour déterminer cette réſiſtance, de déterminer le centre de gravité G du ſolide, & de tirer la ligne d'à plomb G K, & l'horizontale DK, & nommant le poids du ſolide $= P$, $P \times KD$, ſera ſon

moment, eu égard au point D, & ce moment exprimera la résistance, que le solide oppose pour ne point tourner autour du point D.

La puissance R, qui tire de C vers R, agit aussi à l'aide du levier, dont la longueur est déterminée par la perpendiculaire tirée du point D sur la direction C R (§. 140), en supposant cette perpendiculaire = D F, R × D F sera le moment de la puissance; ce qui nous donnera dans l'état d'équilibre P × K = R × D F.

198. Il résulte de la regle donnée dans le paragraphe précédent:

1°. Que la figure A B C D, représentant le profil d'un parallélipipede, dont le côté A D est plus grand que C D, si on place ce solide sur le côté A D, il sera plus ferme, que s'il étoit sur le moindre côté C D, & sa résistance sera dans la premiere position, à la résistance dans la seconde, comme K D : K G, ainsi les puissances R, pour le faire tourner, seront dans la même proportion.

2°. Que quand le centre de gravité G d'un solide placé sur un point D, se trouve dans la verticale D H, le moment de la résistance de ce solide devient zero; d'où il suit qu'une force très-petite suffit pour faire tomber le solide le plus pesant.

3°. Que pour rendre très-stable un corps placé sur sa base, afin qu'il ne tourne point autour

du point D, il faut lui donner la figure d'une pyramide, qui ait le côté A D de la base très-long, & la hauteur très-petite, ensorte que K D surpasse cette grandeur autant qu'il est possible.

199. Si le solide, aulieu d'avoir un obstacle par-dessous, a son point d'appui par-dessus, comme
Pl. 6. on l'observe dans le corps P, suspendu au milieu
F. 47 par la corde ou verge D P, & qu'on peut faire tourner autour du point fixe D, la résistance qu'il oppose en pareil cas, pour n'être point détourné de la direction à plomb PD, est proportionnelle au sinus G F de l'angle de déviation G D F, dont G D est le sinus total. C'est pourquoi, si P exprime le poids du corps, on aura $GD : GF :: P : \frac{P \times GF}{GD}$, pour le poids, qui exprime la résistance du solide détourné jusqu'au point G, par une puissance, qui tire de G vers H, dans une direction toujours perpendiculaire à la droite G D.

On voit aisément par l'expression de cette résistance, que pour détourner ce même corps de la direction à plomb P D, par une distance déterminée G F, il faut une force moindre à mesure, que le point de suspension D est plus distant du corps P, c'est-à-dire, que D G est plus grand; puisqu'une telle force est dans l'état d'équilibre dans la raison réciproque de la longueur D G.

C'eſt la raiſon, pour laquelle on peut aiſément détourner de la direction perpendiculaire & à la diſtance d'un pied, une piece de gros canon ſuſpendue à la chevre, ſi la piece eſt peu diſtante de la terre. Mais ſi elle eſt proche du point de ſuſpenſion, il faudra une grande force pour lui ménager la même déviation. Lorsqu'il s'agit dans les bâtiments d'élever des poids conſidérables, tels que de groſſes pierres, des ſtatues, des colonnes, des poutres & autres ſemblables, que l'on veut transporter ſur les côtés, on pourra le faire très-aiſément, lorsqu'ils ſont élévés jusqu'à un certain point, il ne faut que ſe procurer un point fixe beaucoup plus haut que l'endroit, où on veut placer le grand poids. Les gens de mer ſont très-attentifs à mettre cette regle en pratique, parce qu'ils prennent des points d'appui très-élevés dans les mâts du vaiſſeau, au moyen de quoi, après avoir élevé un peu le poids qu'ils doivent manœuvrer, ils le transportent avec la plus grande aiſance aux différents endroits du vaiſſeau.

200. Il arrive ſouvent dans la pratique, d'être obligé de ménager le point d'appui au-deſſus du centre de gravité du corps. Par exemple, la petite ſtatue A, qui repréſente un danſeur ſe meut avec toute la liberté poſſible ſur le point d'appui D, lorsque les deux contrepoids B B ſont tellement Pl.6. F.48

disposés, que le centre de gravité de cette petite machine se trouve au-dessous du même point D. Les échelles, qui servent dans les églises à orner la frise dessous la corniche, & à nettoyer ou peindre le fond des coupoles, qui sont au-dessus de ces mêmes corniches, sont beaucoup plus commodes & coûtent moins, lorsque leur point d'appui est dans la partie supérieure de l'échelle.

CHAPITRE CINQUIEME.

De la résistance, qui provient de l'adhésion des solides.

201. C'est la propriété d'adhésion dans les corps solides, qui fait que nombre d'entr'eux sont employés à l'avantage & à la commodité des hommes; mais comme le différent degré de résistance, que les solides de différentes qualités opposent aux forces extérieures, qui tendent à vaincre cette adhésion, est la cause de la préférence, que l'on donne aux uns sur les autres, & que les corps en outre se rompent quelquefois dans des endroits, que l'opinion vulgaire avoit estimée les plus forts, comme y étant plus gros; il est donc nécessaire de présenter dans ce chapitre les regles pour mesurer cette force dans l'état d'équilibre, & pour connoître l'endroit, où la rupture doit avoir lieu.

202. On dit que l'adhésion d'un solide est surpassée par une autre force, lorsque celle-ci brise, fend, écrase ou rompt le solide. Il se développe dans ce phénomene deux nouvelles surfaces égales à l'endroit de la rupture; on nomme chacune d'elles, *section d'adhésion* ou *section de rupture*.

203. On distingue l'adhésion des solides en *absolue* & *relative*.

On dit que le solide résiste par son adhésion absolue, lorsqu'on essaie de le rompre en tirant dans une direction perpendiculaire à la section de rupture; & l'adhésion se dit relative, lorsque, pour rompre le solide, on emploie une force, dont la direction n'est pas perpendiculaire à la section de rupture. Dans cette espece d'adhésion, la résistance du solide & la puissance agissent à l'aide du levier, aulieu que dans l'adhésion absolue le levier n'a jamais lieu.

204. Lorsque tous les points physiques ou les fibres d'un solide, qui sont à la section de rupture, sont unis avec une force égale, on nomme cette adhésion *uniforme* ou *homogene*, pour la distinguer de celle qui est *variée*; que l'on trouve dans les corps hétérogenes, & quelquefois aussi dans différents points de la même section d'un solide homogene en apparence.

Comme on ne peut établir de théorie sur l'adhésion des corps, qu'en la supposant uniforme

dans chaque partie conſtituante du ſolide, ainſi nous ne nous permettrons à l'avenir de raiſonnement que ſur celles-là, en commençant par l'adhéſion abſolue.

205. Pour meſurer la réſiſtance de l'adhéſion abſolue, qui dépend de la différence de figure & de l'étendue de la ſection, il eſt indiſpenſable de recourir à l'expérience, en cherchant quel eſt le moindre poids, qui, tirant perpendiculairement à la ſection de rupture, briſe le ſolide, ou quel eſt le plus grand poids, que le ſolide puiſſe ſupporter avant de ſe rompre ou de céder.

Suppoſons donc, que P ſoit le moindre poids, qui dans l'expérience a fait à peine éclater le ſolide, & S la ſection de rupture, produite par cette expérience, $\frac{P}{S}$ exprimera l'adhéſion abſolue de chaque point phyſique ou de chacune des fibres, qui ſe trouve à la ſection de rupture du ſolide employé à l'expérience; donc ſelon l'identité ou la différence de valeur de $\frac{P}{S}$ dans les ſolides de différentes qualités, on dira que l'adhéſion abſolue entre les mêmes ſolides eſt égale, moindre ou plus grande.

206. Il réſulte en outre de l'expreſſion $\frac{P}{S}$,

1°. Que dans les ſolides de même adhéſion, les poids doivent être proportionnels aux ſections de rupture qu'ils produiſent. Si on a beſoin de 60 livres peſant pour rompre une ficelle, il fau-

dra, pour rompre une corde compoſée de 40 de ces ficelles, un poids de $40 \times 60 = 2400$ livres.

2°. Si dans les ſolides de même adhéſion, les ſections de rupture ſont de figures ſemblables, les poids, qui les produiſent, ſeront en proportion doublée des côtés homologues des mêmes ſections. S'il faut un poids de 150 livres, pour faire éclater un petit cylindre de fer, il faudra un poids de $25 \times 150 = 3750$ livres, pour faire éclater un autre cylindre de fer de la même qualité & d'un diametre quintuple.

207. On eſt ſouvent obligé, lorſqu'on fait des expériences pour meſurer l'adhéſion, de les répéter à pluſieurs repriſes ſur le même ſolide, à cauſe de l'irrégularité du vuide & d'autres ſemblables accidents, qui ſe rencontrent quelquefois dans la ſection de rupture. Il eſt néceſſaire encore de diſtinguer, en faiſant ces expériences, les corps flexibles de ceux qui ne le ſont pas, parce que quand on cherche l'adhéſion des corps inflexibles, les meſures priſes dans la figure du ſolide reſtent ſenſiblement conſtantes, telles ſont les pierres, la craie endurcie au feu, le verre, l'acier trempé, la gueuſe, le bronze qui contient beaucoup d'étain, & le bois lorſqu'il eſt tiré ſur la longueur de ſes fibres.

Mais il arrive dans les corps flexibles, tels que l'or, le cuivre bien épuré &c., que leur figure

change ſenſiblement au tems de l'expérience, & la grandeur dn ſolide diminue à l'endroit de la rupture; ce qui eſt cauſe enſuite que l'adhéſion abſolue de deux ſolides ſemblables & homogenes ne ſe développe pas toujours dans la proportion doublée des grandeurs, lorsqu'elles different ſenſiblement.

208. Après avoir donné la regle pour meſurer l'adhéſion abſolue, il convient d'examiner à préſent l'endroit du ſolide à préférer pour la rupture.

Si P exprime le poids, qui fait éclater un ſolide dans l'adhéſion abſolue, & que S exprime la ſection de rupture, qu'il produit, $\frac{P}{S}$ ſervira à déterminer l'endroit, où le ſolide doit éclater, étant évident que cet endroit ſera celui, où $\frac{P}{S}$ aura la plus grande valeur; parce que la ſection y ſera plus ſurchargée, que par-tout ailleurs; mais ſi $\frac{P}{S}$ eſt une quantité conſtante, la rupture aura indiſtinctement lieu dans quelque point que ce ſoit de la longueur du ſolide.

209. Si on deſcend enſuite aux cas particuliers, il faut diſtinguer les ſolides réguliers en deux eſpeces; on comprend dans la premiere ceux, dont les ſections perpendiculaires à l'axe ſont toutes égales entr'elles, ſemblables & ſemblablement placées, comme dans les parallélipipedes, les priſmes,

prismes, les cylindres &c., & nous comprendrons dans la seconde espece les autres solides, dont les sections perpendiculaires à l'axe sont évidemment semblables & semblablement placées; mais inégales entr'elles comme dans les pyramides de toute espece, les cônes, conoïdes &c.

Il est nécessaire d'observer en second lieu, que trois cas peuvent se rencontrer dans le poids employé à rompre le solide.

1°. Quand le poids du solide rompu, est très-petit en comparaison du poids P, nécessaire pour vaincre l'adhésion; on considere alors le solide comme étant sans poids.

2°. Quand l'adhésion du solide est surmontée par son seul poids.

3°. Quand l'adhésion du solide est surmontée par le poids du même solide joint à un autre poids étranger.

Cela établi, il sera aisé d'appliquer la regle générale du §. 208.

210. Soit le solide A B de la premiere espece fixé verticalement à un corps immobile D C, Pl.6. F.49 toutes les sections de rupture qu'on pourra y faire, seront perpendiculaires à l'axe; parce que cette section des corps, dont on traite, étant la moindre de toutes celles, qui passent par le même point de l'axe, donne un *maximum* dans l'expression $\frac{p}{s}$.

Cela posé, si l'on remarque que l'adhésion absolue du solide A B, soit surmontée par le seul poids étranger R attaché en B, comme la valeur de $\int$ est dans ce solide une quantité constante, ainsi $\frac{p}{s}$ sera aussi une quantité constante, & la rupture pourra parcourir indistinctement tel point de la longueur possible A B (§. 208).

Si on suppose ensuite, que le poids du solide A B soit de quelque considération relativement au point R, alors la rupture devra avoir lieu dans la partie supérieure F G; quoique l'adhésion soit surmontée ou par le seul poids du solide, ou par ce même poids joint au poids R, il arrivera toujours, que la section F G sera plus surchargée que toute autre comprise entre les points A, B; parce qu'on aura dans l'endroit F G, $\frac{p}{s}$ pour la plus grande valeur possible dans le cas présent.

211. Si le solide A B est de la seconde espece (§. 209), & tel que les sections perpendiculaires à l'axe soient plus grandes à mesure qu'elles approchent du point B, si la rupture est produite par le seul poids R, elle aura lieu en F G, parce que $\frac{p}{s}$ y sera un *maximum* (§. 208), & à plus forte raison, la rupture devra se faire en F G, si elle est produite par le seul poids du solide A B, ou bien par ce poids uni à l'autre R.

Mais si dans le solide A B de la seconde espece, les sections perpendiculaires à l'axe décroissent en

ſe rapprochant du point B, ſi le poids du ſolide peut être compté pour zero relativement à l'autre poids R, alors la ſection de rupture ſera la plus proche de B poſſible : parce que p étant une quantité conſtante, & ſe trouvant la plus petite valeur de s pour cet endroit, $\frac{p}{s}$ ſera par conſéquent un *maximum* au point B.

212. Si le ſolide, dans lequel les ſections décroiſſent en ſe rapprochant du point B, éclate à raiſon de ſon propre poids, comme le poids, qui meſure l'adhéſion dans ce cas, eſt proportionnelle à la partie du ſolide éclatée, ainſi ſi la figure du ſolide eſt telle, que la partie éclatée K B L conſerve la même proportion avec la ſection de rupture K L, comme il arrive au cône infiniment long, formé par la révolution de la Logarithmique autour de ſon axe, il arrivera que le ſolide ſe rompera indiſtinctement à tel point de ſa longueur que ce ſoit, parce que $\frac{p}{s}$ eſt une quantité conſtante.

Si le ſolide enſuite eſt d'une figure telle, que $\frac{p}{s}$ croiſſe à meſure que la rupture K L ſe rapproche du point B, cette rupture devra ſe faire dans la partie plus baſſe B du ſolide, & ſe produira dans la partie ſupérieure F G, ſi $\frac{p}{s}$ diminue à meſure que l'on prend une ſection plus voiſine du point B.

Finalement, si le solide A B, dont les sections décroissent en s'approchant du point B, vient à se fendre à raison de son propre poids joint à un autre; il sera aisé de déterminer d'après les réflexions désignées, le lieu de la rupture dans les solides particuliers.

213. On fait souvent usage dans les bâtiments militaires & civils de l'adhésion absolue des corps, d'une maniere différente de celle, sous laquelle nous l'avons envisagé jusqu'à présent: parce que toutes les fois, qu'on fait servir quelque solide isolé de piédestal de colonne, ou de support, les matieres posées dessus tendent à l'écraser: auquel cas, si sa hauteur surpasse sa grosseur, la section de rupture sera encore plus grande qu'elle ne paroît, quand le solide se fend transversalement à sa longueur, & par conséquent, la résistance que le piédestal, la colonne, & le support opposent à la force, qui tend à les écraser ou les fendre de haut en bas, sera aussi plus grande. Par exemple, une colonne droite sur sa base est capable de supporter un poids beaucoup plus considérable qu'elle; mais si on suspend cette même colonne verticalement en l'air attachée seulement dans sa partie supérieure, elle se brisera souvent par son propre poids. Pour prévenir un semblable accident, lorsqu'on éleve des colonnes, pour les mettre en place, on les entoure

de cordes sur toute leur longueur, en entrelaçant une espece de filet, qui embrasse les colonnes de haut en bas.

214. Examinons un peu la maniere, dont les solides résistent par leur adhésion absolue, pour n'être point écrasés par un poids étranger que l'on met dessus.

Soit le solide F G L M, posé avec sa base L M sur un plan horizontal, & chargé dans sa partie supérieure par un poids K, si ses particules élé- Pl. 6.
mentaires, *a*, *b*, *c*, *d*, étoient toutes de figure F. 50
parallélipipede ajustées les unes avec les autres, de façon qu'il n'existât point de pores entr'elles, & que la base de chacune de ces particules fût aussi horizontale, il est évident, que le poids K dans cette circonstance, tel énorme qu'il pût être, ne pourroit occasionner aucune séparation entre ces parties élémentaires, & encore moins les écraser, lorsqu'elles sont inséparables de leur nature; mais parce que tous les corps connus jusqu'à ce jour abondent en pores, & que leurs petites parties, ou ne sont point de figure parallélipipede, ou, si elles sont telles, se touchent seulement entr'elles par l'une de leurs extrémités, comme il arrive aux parties élémentaires *n*, *p*, *q*, *r*, Pl. 6.
qui forment le pore *t*, en se réunissant, alors le F. 51
solide, ou l'aggrégation des dites particules, ainsi disposées, pourra se décomposer, quoique chaque

particule soit indivisible par elle-même, il suffit pour cela, que le poids K surmonte l'adhésion, que les parties n, q, ont avec les latérales p, r, pour que le corps, qui soutient ce poids, se rompe ou se fende.

215. Pour que le solide isolé, qui soutient le poids K, puisse résister par l'adhésion absolue, il est nécessaire que ses trois dimensions soient tellement combinées, qu'elles se manifestent inflexibles. La quantité d'adhésion dans cette circonstance se mesure aussi avec le poids, qui produit la rupture divisée par la section produite; & les conséquences déduites (§. 206) ont aussi lieu.

Mais si le solide est inflexible, alors si on le courbe dans sa hauteur, l'adhésion, d'absolue qu'elle étoit, deviendra relative; sa résistance, comme nous le verrons, se détermine différemment de l'absolue.

216. Pour comprendre, comment un solide, qui résiste par son adhésion absolue, passe à la résistance par l'adhésion relative, on considere un
Pl.6. F.52 solide A B G F, encastré à angles droits dans la poutre D C, qui se trouve dans une position horizontale, & supposant que cette poutre tournant autour du point D, passe à la position verticale D E; dans cette circonstance la direction à plomb B R du poids R, qui tend à rompre le solide ABFG, ne sera plus comme auparavant perpendiculaire à

la section de rupture, qui comme nous avons vu (§. 210), doit toujours être rectangle avec l'axe du solide; mais le poids R agira avec l'aide du levier F A, & le point inférieur F servira d'appui: on voit par là, comment le solide A B F G, qui résistoit auparavant par l'adhésion absolue, résiste dans cette seconde position par l'adhésion relative (§. 203).

1°. On doit chercher la proportion entre cette espece de résistance, & la puissance qui tente de la surmonter.

2°. On doit assigner l'endroit de la rupture dans les solides de différentes especes.

218. Pour trouver la proportion entre la puissance, qui fait éclater le solide & la résistance, on fait attention que, si la rupture du solide arrive en F G, par le seul poids R, la longueur du levier, avec lequel ce poids agit, sera la perpendiculaire tirée du point d'appui F sur la direction B R, ainsi R × F A, sera le moment de la puissance R, par rapport au point F; & si la rupture arrive en K L, la longueur du levier sera la perpendiculaire K A, tirée du point K sur la direction B R, & R × K A sera le moment de la puissance.

Si ensuite la rupture arrive en F G par le seul poids du solide A B G F = P, il faudra trouver le centre de gravité H de ce solide, & tirant la ligne d'à plomb H I, on aura F I pour la longueur du

levier, & $P \times FI$, sera le moment du poids, qui produit la rupture F G; mais si la rupture arrive en K L; on trouvera le centre de gravité N du solide A B L K, & tirant la ligne d'à plomb N O, elle déterminera la longueur K O du levier, d'où nommant z le poids du solide A B K L, $z \times KO$ sera le moment produit par la rupture K L.

Finalement, si le solide A B F G se rompt par son propre poids P, réuni avec l'autre poids R, la force qui produira la rupture, sera exprimée par la somme des moments $R \times FA + P \times FI$, si la rupture arrive en F G; si la rupture arrive en K L, $R \times KA + z \times KO$ sera l'expression de la même force.

219. Pour déterminer la résistance, que l'adhésion relative dans l'état d'équilibre oppose à la force, qui commence déjà à la vaincre, il faut savoir, que dans chaque section de rupture, que l'on produit dans cette espece d'adhésion, on y considere un point, qui se nomme *centre d'adhésion*, dans lequel on suppose réunis toutes les adhésions particulieres des petites parties existantes à la superficie de rupture.

Supposant donc, que la rupture arrive en F G, & que le point M soit le centre d'adhésion, & que F M soit la distance de ce centre au point d'appui F, si au moyen d'une autre expérience préalable, on a déjà trouvé le poids Q (§. 205),

qui peut produire dans l'adhéſion abſolue du ſolide A B E G, une ſection de rupture égale à F G, Q × F M ſera le moment de la réſiſtance dans l'adhéſion relative; ſi dans la rupture du ſolide il ſe rencontre dans la ſection quelque vuide accidentel ou artificiel, comme dans les fuſils à vent, il faudra ſeulement comprendre dans la valeur de la ſuperficie de rupture, l'endroit des parties disjointes, & non de celles du vuide.

220. Si l'on compare les expreſſions pour le moment de la réſiſtance (§. 219), avec celles de la puiſſance, qui tend à rompre dans l'adhéſion relative (§. 218), on aura dans l'état d'équilibre Q × F M = R × F A, dans le cas où la rupture F G vient du ſeul poids R.

Q × F M = P × F I, ſi la dite rupture vient du ſeul poids P du ſolide A B G F.

Q × F M = R × F A + P × F I, ſi la rupture F G eſt occaſionnée par le poids P du ſolide, & par l'autre poids R joints enſemble.

221. Il réſulte de l'expérience, que le centre d'adhéſion dans les corps inflexibles ſe confond avec le centre de gravité de la ſection de rupture; mais que dans les corps ſolides flexibles le centre d'adhéſion eſt plus voiſin du point d'appui F, que le centre de gravité de la ſection, & que cette diſtance varie ſelon la différente flexibilité des corps; d'où il arrive, que ſi on connoît l'adhé-

ſion abſolue des corps inflexibles, on peut toujours trouver la relative; mais pour trouver l'adhéſion relative dans les corps flexibles, il eſt néceſſaire de connoître par des expériences préalables, non ſeulement leur adhéſion abſolue; mais encore le centre d'adhéſion, & combien le corps ſolide eſt flexible ſur cette longueur.

Lorſqu'il ne s'agit cependant, que de comparer l'adhéſion relative des ſolides flexibles, homogenes & ſemblables, dont les ſections ſont auſſi ſemblables & ſemblablement placées; on peut toujours le faire ſans aucune expérience préalable; il faut prendre pour cela le centre de gravité des ſections, parce que d'après les circonſtances décrites, le centre d'adhéſion eſt proportionnellement diſtant du point d'appui.

On doit ſur-tout excepter de cette cathégorie, les corps extrêmement ſouples, tels que les cordes, les fils d'or, de laiton bien pur &c. parce que ſoit que ces corps ſoient tirés ſuivant leur
Pl.6. F.53 longueur comme A B, ou ſoit qu'étant arrêtés horizontalement à leurs deux extrémités, comme C D, ils ſoient rompus par un poids appliqué en E, leur adhéſion eſt toujours abſolue & toujours exprimée par le même poids, tels longs & courts que ſoient les fils A B, C D.

222. Puiſque le moment de réſiſtance dans l'adhéſion relative eſt exprimé par le produit de la

diſtance, qu'il y a entre le centre d'adhéſion, & le point d'appui du poids compétant pour l'adhéſion abſolue de la ſection de rupture produite (§. 219), & que ce poids eſt dans les ſolides également adhérents proportionnel à la ſection de rupture ; il s'enſuit que ces moments ſont auſſi dans les circonſtances décrites proportionnels au produit de la ſuperficie de rupture, par la diſtance qu'il y a entre le centre de l'adhéſion & le point d'appui.

Donc, ſi *f g b d*, repréſente la ſection de rupture d'un parallélogramme rectangle, & *f g* le côté, ſur lequel s'appuie le ſolide, M le centre d'adhéſion, & M *t* la diſtance entre ce centre & l'appui, $fg \times fb \times Mt$ ſera une quantité proportionnelle au moment de l'adhéſion relative. On déduit de-là dans les ſolides également adhérents : Pl.6. F.54

1°. Que ſi la baſe *f g* de la ſection varie, les moments de l'adhéſion relative ſeront comme les baſes.

2°. Si la hauteur *f b* change, M *t* changeant auſſi, & ce changement arrivant dans la même proportion de *f b*, les moments de l'adhéſion relative ſeront dans la proportion doublée de *f b*, ou de M *t*.

3°. Si enſuite les deux dimenſions *f g*, *f b*, de la ſection varient, les moments d'adhéſion ſeront

dans la proportion composée de celle des bases, & dans la proportion doublée des hauteurs, & par conséquent, si les sections sont de figure semblable, les dits moments seront dans la proportion triplée des côtés homologues des sections.

223. Pour appliquer à la pratique ce qui vient d'être dit sur l'adhésion relative, supposons que l'on ait deux solides de pierre, de bois &c. de figure semblable, c'est-à-dire, deux poutres homogenes, dont les sections perpendiculaires à l'axe soient exprimées, par exemple, par deux rectangles M, N, on observe:

1°. Que si les hauteurs fb, KI sont égales, la
Pl.6. F. 54 55. résistance de M, sera à celle de N, comme la base fg, à la base KL, sur laquelle les solides s'appuient.

2°. Si les bases de ces sections sont égales, & les hauteurs inégales, la résistance de M sera à celle de N, comme $\overline{fb}^2 : \overline{KI}^2$, & les résistances seront comme $\overline{fb}^3 : \overline{KI}^3$, si les figures des sections sont seulement semblables.

3°. Si les sections sont semblables & égales, telles que les deux sections triangulaires P, p, &
Pl.6. F. 56 57. les deux demi-circulaires Q, q, la poutre triangulaire, qui porte sur l'angle A, sera plus résistante que l'autre, qui porte sur le côté BC, & la poutre demi-circulaire, qui porte sur la circonférence E, sera plus résistante que l'autre ap-

puyée sur le diametre R S ; puisqu'ajoutant les centres d'adhésion P, p, Q, q, on aura p A > P D, q E > Q O.

On voit par-là, que quand la section d'une poutre, d'une console &c., n'est pas quarrée, la même poutre ou console fait une plus grande résistance sur la plus petite base; mais nous avons traité ces choses plus au long, dans le cinquieme livre de notre *Architecture militaire*, il suffit pour le présent d'avoir donné une idée succincte de l'usage utile de cette théorie.

224. Examinons à présent l'endroit, où la rupture doit avoir lieu dans l'adhésion relative des solides, que nous supposerons encastrés horizontalement dans un mur vertical. Si p exprime dans ces circonstances le moment de la puissance qui tend à rompre, & que s exprime le moment de la résistance, la rupture devra se faire dans l'endroit du solide où $\frac{p}{s}$ sera un *maximum* ; & quand $\frac{p}{s}$ sera une quantité constante, la rupture se fera indistinctement dans tel point que ce soit de la longueur du solide.

225. Pour appliquer la regle générale du paragraphe précédent, soit le solide ABFG, de la Pl.6. premiere espece encastré dans le mur D E ; com- F. 58 me le moment de la force qui rompt, croît à mesure que la rupture arrive plus près du point F, soit que le solide se rompe en vertu du seul poids

étranger R, ou de son propre poids p, ou des deux ensemble, & soit que le moment de la résistance soit le même dans tel point de la longueur A F, que la rupture ait lieu; ainsi $\frac{p}{s}$ sera un *maximum* à l'endroit G, & la rupture de ce solide se fera, en effleurant l'encastrement F G.

Une semblable réflexion sert à démontrer que les solides de la seconde espece, dont les sections croissent à mesure qu'elles s'éloignent de l'encastrement F G, doivent aussi éclater en cet endroit.

226. Mais en traitant des solides de la seconde espece, dont les sections perpendiculaires à l'axe décroissent en s'éloignant de l'encastrement, trois circonstances peuvent se rencontrer, lorsqu'ils se rompent en vertu du seul poids étranger R appliqué à l'extrêmité B du solide.

1°. Quand les cubes des côtés homologues des
Pl.6. F.59 sections F G, K L, sont dans la même proportion, que les axes correspondants A B, M B.

2°. Quand les cubes des côtés homologues des sections F G, K L, sont en plus grande proportion, que celle des axes correspondants A B, M B.

3°. Quand les dits cubes sont entr'eux en moindre proportion que celles des axes correspondants.

227. Le conoïde F K B L G, formé par la révolution de la parabole B L G autour de l'axe A B,

dont l'équation foit $\overline{AG}^3 = AB$, eft dans le premier cas; toutes les pyramides de bafes quelconques, dont les côtés font proportionnels aux ordonnées A G, font dans le fecond cas. La rupture peut avoir lieu indiftinctement dans ces folides dans tel point que ce foit de la longueur A B; parce que les réfiftances des fections étant femblables, F G : K L, comme $\overline{AG}^3 : \overline{ML}^3$ (§. 221), & les longueurs A B, M B du levier, auquel eft attaché le poids R, étant auffi dans la même proportion, il s'enfuit que les moments des forces qui rompent, feront dans la même proportion, d'où on aura $\frac{AB \times R}{\overline{AG}^3} = \frac{MB \times R}{\overline{ML}^3}$, c'eft-à-dire, $\frac{p}{s}$ fera une quantité conftante (§. 224).

228. Toutes les pyramides, les cônes & conoïdes, qui ont la même bafe F G, & la même hauteur A B, & qui ont cependant les ordonnées intermédiaires M O, moindres que les correfpondantes M L des folides mentionnés (§. 227) font dans le fecond cas (§. 226, n. 2). Ces folides fe rompront le plus près poffible du point B, parce que la proportion $\overline{AG}^3 : \overline{MO}^3$ fera plus grande dans ce cas que $\overline{AG}^3 : \overline{ML}^3 :: AB \times R : MB \times R$, on aura $\frac{AB \times R}{\overline{AG}^3} < \frac{MB \times R}{\overline{MO}^3}$; c'eft-à-dire, que

$\frac{p}{s}$ croîtra à meſure, que la rupture ſera plus près du point B. Donc &c. (§. 224).

Enfin toutes les pyramides & conoïdes, qui ayant la baſe F G, & la hauteur A B commune avec la parabole cubique, dont l'équation $\overline{AG}^3 = AB$ ont les ordonnées intermédiaires entre A & B, plus grandes, ſont dans le troiſieme cas (§. 226, n. 3). Comme dans ces ſolides $\frac{p}{s}$, croît en s'approchant du point F, ainſi le *maximum* ſera à l'endroit F ; d'où la rupture ſe fera en raſant l'encaſtrement F G.

Tous les ſolides, qui dépendent de la parabole $\overline{AG}^m = AB$, dans laquelle *m* eſt un nombre plus grand que trois unités, reſſortiſſent à ce cas, comme il eſt aiſé de le prouver.

229. Si enſuite les ſolides de la ſeconde eſpece, dont les ſections perpendiculaires à l'axe décroiſſent en s'approchant de l'encaſtrement, ſont rompus uniquement par leur propre poids, il conviendra alors de diſtinguer trois cas, pour déterminer le lieu de la rupture dans ces circonſtances.

1°. Quand les cubes des côtés homologues des ſections F G, K L, ſont en proportion égale avec la quatrieme puiſſance des axes correſpondants A B, M B.

2°. Quand

2°. Quand les cubes des côtés homologues des fections F G, K L, font en moindre proportion que la quatrieme puiffance des axes correfpondants A B, MB. Pl.6. F.60

3°. Quand les cubes des côtés homologues des dites fections ont une proportion plus grande que la quatrieme puiffance des axes correfpondants.

230. Le conoïde & toutes les pyramides de bafe quelconque, qui dérivent de la parabole Apollonienne B L G, dont le fommet étant en B, la parabole fait fa révolution autour de la tangente B A, & dont l'équation $AG = \overline{AB}^2$, font dans le premier cas: de femblables folides fe rompent indiftinctement dans tel point, que ce foit de la longueur A B; parce que dans les folides femblables G L B K F, L B K, les centres de gravité diftants du point B, étant dans la même proportion que les axes A B, M B, & les poids de ces folides étant dans la proportion compofée de la raifon doublée des rayons A G, M L, & des axes correfpondants A B, M B, il s'enfuit que le moment du grand folide eft à celui de l'autre, comme $\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2 ; \overline{ML}^2 \times \overline{MB}^2$, mais nous avons par la nature de la courbe $\overline{AB}^2 : \overline{MB}^2 :: AG : ML$; c'eft pourquoi fi on écrit les feconds termes au lieu des deux premiers, le moment du grand fo-

lide, fera à celui du petit comme $\overline{AG}^3 : \overline{ML}^3$; & parce que les résistances des sections semblables F G, K L, sont aussi dans cette proportion (§. 221), il suit que l'on aura

$$\frac{\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2}{\overline{AG}^3} = \frac{\overline{ML}^2 \times \overline{MB}^2}{\overline{ML}^3} \text{ ou } \frac{\overline{AB}^2}{AG} = \frac{\overline{MB}^2}{ML},$$

c'est-à-dire $\frac{p}{s}$ sera une quantité constante, ainsi la rupture arrivera indistinctement sur tel point que ce soit de la longueur A B.

231. Tous les solides, qui, ayant la base F G, & la hauteur A B commune avec le solide F K B L G, ont ensuite les ordonnées M O plus grandes que les correspondantes M L, sont dans le second cas (§. 229). La rupture dans ces solides doit se faire sur la plus grande section F G; parce que $\frac{p}{s}$ y devient un *maximum*. Pour le démontrer, on observe que les résistances des deux sections semblables F G, S O, étant comme $AG^3 : \overline{MO}^3$, & les moments des faces correspondantes, comme $\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2 : \overline{MO}^2 \times \overline{MB}^2$, on aura

$$\frac{\overline{AG}^2 \times \overline{AB}^2}{\overline{AG}^3} = \frac{AB}{AG}, \quad \frac{\overline{MO}^2 \times \overline{MB}^2}{\overline{MO}^3} = \frac{\overline{MB}^2}{MO}; \text{ mais}$$

la proportion de A G : M O est moindre que celle de A G : M L, parce que par hypothese M O > M L, & ayant par le paragraphe précédent $\frac{\overline{AB}^2}{AG} = \frac{\overline{MB}^2}{ML}$ on aura $\frac{\overline{AB}^2}{AG} > \frac{\overline{MB}^2}{MO}$, c'est-à-

dire $\frac{p}{s}$ croîtra à mesure, que la section se rapprochera du point F. Donc &c.

232. Enfin sont compris dans le troisieme cas les solides, qui, ayant la base F G, & la hauteur A B commune avec le solide parabolique F K B L G, ont les ordonnées intermédiaires moindres. Ces solides se rompent le plus près possible du point B, comme on le démontre aisément par un raisonnement semblable au précédent.

233. La partie d'un canon appuyé, comprise depuis les tourillons jusqu'à la bouche, est retenue en l'air par l'adhésion du métal, & comme on en connoît la figure, il sera aisé de déterminer l'endroit, où la résistance est moindre; on doit cependant remarquer, que celle des canons de batterie, fondus avec les proportions ordinaires, surpasse de beaucoup le moment du poids, qui tend à produire la rupture.

On ne s'arrête pas à examiner l'endroit, où doit rompre un solide dans l'adhésion relative, lorsque la rupture provient du poids du solide réuni à un autre poids étranger, parce qu'au moyen de ce qui a été expliqué, il sera toujours possible de résoudre ces problêmes; il suffit de faire observer ici en passant, que les consoles qu'on emploie dans l'architecture civile, sont ordinairement dans ce cas, & que les figures convenables

pour les rendre également résistantes dans chaque partie de la longueur, sont bien différentes de celles imaginées par ceux, qui se sont uniquement attachés à faire de cette partie d'architecture un ornement vague.

Comme on applique souvent à la pratique, la théorie de l'adhésion des corps dans l'hydrostatique, dans les deux livres de la *Théorie de l'Artillerie* & dans le cinquieme livre de l'*Architecture militaire*, on terminera, quant à présent, une matiere aussi intéressante.



DE LA DYNAMIQUE.

234. La simple observation suffit, pour nous confirmer l'existence du mouvement dans la nature: si nous voyons, si nous entendons, si nous parlons & si nous agissons, tout cela nous vient du mouvement; la succession des jours, des saisons, la production des corps composés & leur dissolution, la végétation, la putréfaction, & toute autre mutation physique quelconque arrive toujours par le mouvement.

Comme la Dynamique à pour objet les regles fondamentales du mouvement, & l'application de ces regles au mouvement des corps solides (§. 216), il s'ensuit, que l'astronomie, la balistique

& le frottement des corps font autant de parties effentielles de cette fcience. Nous négligerons cependant d'ajouter ici les regles, qui fervent uniquement à l'aftronomie.

CHAPITRE PREMIER.

Définitions & principes généraux de dynamique.

235. *Un corps eft en mouvement*, lorsqu'il paffe d'un lieu à un autre; mais *il eft en repos*, tant qu'il refte dans la même place.

Il nous arrive fouvent de donner dans l'erreur, en jugeant fi un corps eft en mouvement, ou s'il eft en repos. Il paroît à une perfonne peu accoutumée à voyager en bateau, que le rivage fe meut, & que le bateau refte en repos, quand cependant la chofe arrive tout autrement: delà eft venue la diftinction du mouvement & du repos, *en réel* & *apparent*; rapportant au mouvement réel la vérité du fait, & le jugement erroné au mouvement apparent.

236. On diftingue encore le mouvement en *abfolu* & *relatif*. On appelle abfolu, le mouvement réel d'un corps, & on nomme relatif, la comparaifon faite du mouvement de deux ou de plufieurs corps. On dira, par exemple, que TITIUS fe meut par un mouvement abfolu, lorsqu'il va

de Turin à Milan ; mais on nommera ſon mouvement relatif, ſi on s'apperçoit qu'il voyage plus vite ou plus lentement que SEMPRONIUS.

Il ſuit de la définition, que ſi deux perſonnes marchent avec une viteſſe égale, il n'y aura plus entr'eux de mouvement relatif: on dit en pareil cas, que les mêmes perſonnes ſont dans un repos relatif. C'eſt ce que nous voyons arriver journellement à ceux, qui voyagent aſſis dans un vaiſſeau, ou dans un coche, puiſque quoiqu'ils ſoient dans un mouvement abſolu, parce qu'ils paſſent continuellement d'un lieu de cet univers à un autre, ils ſont cependant dans un repos relatif entr'eux, parce que chacun reſte à ſa place dans le vaiſſeau ou dans le coche. Les rayons d'une roue qui tournent ſont dans un mouvement abſolu, & dans un repos relatif entr'eux.

237. On a coutume pour ſimplifier les choſes, de conſidérer le lieu occupé par un corps, comme un point. On déduit de cette conſidération, que lorſque le corps ſe meut, il décrit dans ſon chemin une ligne géométrique, dont les extrêmités ſont le lieu du départ & celui de l'arrivée.

238. On nomme *eſpace parcouru*, la ligne décrite par le corps en mouvement, & la longueur de la ligne détermine la quantité de l'eſpace parcouru.

Si l'eſpace parcouru par le corps eſt une ligne

droite, on nomme ce mouvement *rectiligne*, & *curviligne*, lorsque l'espace parcouru est une ligne courbe.

239. *La direction d'un corps en mouvement* est la ligne droite, le long de laquelle on conçoit que le corps se meut. Il suit delà, que dans le mouvement rectiligne, la direction du mobile est toujours la même, mais dans le mouvement curviligne la direction change continuellement, & se détermine dans chaque point de la courbe par la tangente correspondante à ce point. C'est pourquoi, si l'on connoît la loi du changement continu dans les différentes directions d'un corps en mouvement, on pourra, au moyen de la méthode inverse des tangentes, trouver la courbe décrite par le corps.

240. Deux ou plusieurs corps en mouvement ont *la même direction*, lorsqu'ils parcourent la même ligne droite ou des lignes paralleles; mais *la direction des corps sera différente*, lorsque les lignes parcourues seront obliques entr'elles.

241. Le tems passe pendant qu'un corps se meut. Lorsqu'on fait attention aux changements successifs & continus, qui se manifestent dans le monde physique, tels que sont le jour & la nuit, le lever & le coucher du soleil & des planetes, leur cours & celui des saisons &c., on vient à se former une idée du tems comme d'une chose qui a un mou-

vement continu, égal & inaltérable. Tel eſt le tems mathématique, dont on fait uſage dans toutes les méchaniques. On en exprime ordinairement la durée ou les différentes valeurs avec les lignes, les nombres & les caracteres algébriques.

242. On diſtingue les différentes durées du tems, comme tout le monde fait, en heures, jours, mois, années &c.

Le jour naturel eſt déterminé par la révolution entiere de la terre autour de ſon axe; on a coutume d'apprécier communément cette révolution à 24 heures; mais des obſervations très-exactes démontrent, que ſuivant les lieux de l'orbite dans leſquels la terre ſe trouve, elle emploie à faire ſa révolution entiere autour de ſon axe, tantôt un tems plus grand, tantôt un tems moindre que 24 heures; ce qui fait que les jours naturels ne ſont point égaux entr'eux.

On a inventé, pour meſurer ces inégalités avec préciſion, certaines machines nommées *horloges d'équation*. On fait connoître par leur moyen les différences, qui arrivent dans l'année entre les jours naturels plus courts & plus longs, on prend enſuite la moyenne de ces différences, & on en forme les jours artificiels de 24 heures chaque.

On nomme *tems moyen*, le tems meſuré par ces horloges; c'eſt de celui-là que nous parlerons à l'avenir.

Chaque heure du tems moyen ſe ſubdiviſe en 60 minutes premières, chaque minute premiere en 60 minutes ſecondes, & chaque minute ſeconde en 60 tierces & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on arrive à des minutes ſi courtes, qu'elles deviennent ſenſiblement indiviſibles. On a coutume de nommer ces minutes ſi courtes les *inſtants du tems*.

243. Les *pendules* les plus ſimples des horloges d'équations ſont faits avec un corps ſphérique A, ſuſpendu en l'air par un fil A B, fixé à ſon extrémité B. Cette ſphere doit être de matiere très-peſante, c'eſt-à-dire, de plomb, de cuivre, de laiton &c., bien condenſé par le marteau, pour ôter les vuides intérieurs, qui ſe forment ſouvent à la fonte des métaux. Pl. 7. F. 1.

Le diametre de la ſphere ſera de 4 points juſqu'à 7 : un diametre moindre rend le pendule trop ſujet aux impreſſions de l'air, & ſi le diametre eſt trop grand, il faut un fil trop gros pour le ſoutenir; ce qui rend le pendule trop compoſé. Le meilleur fil qu'on puiſſe employer eſt celui de l'aloé, de la groſſeur d'un cheveu; parce que cette matiere n'eſt point ſujette aux altérations, que l'humidité de l'athmoſphere produit ordinairement dans les autres corps. On emploie au défaut d'aloé un fil de ſoie de la groſſeur ci-deſſus;

il faut l'oindre avec de la cire, pour le rendre moins ſenſible aux changements de l'athmoſphere.

Après avoir laiſſé le pendule ſuſpendu pendant quelques heures, afin que le fil s'étende bien, on fera la longueur A B, priſe du centre de la ſphere jusqu'au point de ſuſpenſion de 1 pied, 11, 3, ou de 279 points *). Dans cet état on fera balancer la ſphere, qui décrira différents arcs C C, dont chacun ſera décrit dans le tems d'une minute ſeconde; il importe peu que les arcs décrits ſoient grands ou petits, pourvu qu'ils n'outrepaſſent pas les dix degrés. Ces horloges ſervent dans tous les pays ſitués ſous la latitude de 45 degrés environ, tels que le Piémont & la Lombardie, & ſont très-commodes pour faire les expériences phyſico-méchaniques; mais pour s'en ſervir à des élévations de poles ſenſiblement différentes de celles-ci, il faut changer la longueur du pendule, en l'augmentant à meſure qu'on va vers le pole, & la diminuant au contraire, lorsqu'on va vers l'équateur.

244. On nomme *vibration* ou *oſcillation* de pendule chaque arc C C, décrit par la ſphere, & on dit que deux *pendules ſont iſochrones*, lorsque leurs vibrations ſe font dans le même tems.

245. Si on compare les longueurs inégales de

---

*) Les Italiens appellent *points* ce que nous appellons *lignes*.

deux pendules, & le nombre de vibrations, que chacun d'eux décrit dans un tems déterminé, on trouve que les longueurs ſont dans la raiſon réciproque doublée du nombre des vibrations de chacun, ſoit $= l$, la longueur d'un pendule, n le nombre de ſes vibrations, L la longueur d'un autre pendule, N le nombre des vibrations décrites dans le tems que l'autre a fait les ſiennes, on aura $l : L :: \overline{N}^2 : \overline{n}^2$, & par conſéquent $l\overline{n}^2 = L\overline{N}^2$.

La propoſition, que l'on cite eſt tirée de l'expérience: on peut encore la démontrer par les ſeuls principes de méchanique; mais nous ne nous engagerons pas dans cette théorie; il nous ſuffira de remarquer, qu'il eſt aiſé de déterminer le tems meſuré par un pendule d'une longueur quelconque, au moyen de l'équation qu'on vient de citer, & parce qui a été expliqué dans le paragraphe précédent. Si, par exemple, l exprime la longueur d'un pendule, qui bat les minutes ſecondes en Piémont, c'eſt-à-dire, 279 points, & qu'on veuille connoître le tems meſuré par chaque vibration d'un pendule long de 1116 points $= L$, on aura $n = 1$; écrivant ces nombres dans la formule, on aura $279 \times 1 = 1116 \overline{N}^2$, d'où l'on aura $\overline{N}^2 = \frac{279}{1116} = \frac{1}{4}$, & ayant tiré la racine quarrée, on aura $N = \frac{1}{2}$: c'eſt-à-dire, qu'un pendule de la longueur de 1116 points fait une demi-vibration par minute ſeconde, & emploie

par conséquent deux minutes secondes à décrire chaque vibration entiere.

246. Lorsqu'on considere le mouvement des corps, on voit qu'ils décrivent des espaces tantôt plus grands & tantôt moindres. Si le corps, qui se meut, parcourt des espaces égaux en tems égaux, ou si la proportion $\frac{s}{t}$ des espaces $= S$, aux tems correspondants $= t$, est une quantité constante, on nomme ce mouvement *uniforme* ou *égal*; mais si les espaces parcourus en tems égaux, sont inégaux, ou si la proportion $\frac{s}{t}$ des espaces aux tems correspondants varie continuellement, on nomme ce mouvement *varié* ou *inégal*, & quant à l'espece, on le nomme mouvement *accéléré*, quand la proportion variable $\frac{s}{t}$ va en augmentant; & mouvement *retardé*, quand cette proportion décroît.

On doit remarquer, que cette distinction ne dépendant pas exactement de la direction du mobile, peut convenir indistinctement aux mouvements rectilignes & curvilignes, & par conséquent, on peut dire un mouvement rectiligne égal, un mouvement curviligne inégal accéléré &c.

247. Nous jugeons qu'un corps se meut plus vite qu'un autre, lorsque comparant les espaces parcourus uniformément dans le même tems par

chaque corps, on trouve que l'un de ces espaces est plus grand que l'autre; mais parlant plus généralement, on dira encore, que l'espace parcouru uniformément, divisé par le tems, sert à faire cette comparaison. On nomme *vitesse* ce quotient $\frac{s}{t}$, d'où l'on dit, que la vitesse d'un corps $= u$, est plus grande, si $\frac{s}{t}$ est aussi plus grand, & au contraire.

248. Les méchaniciens distinguent la vitesse d'un corps en *actuelle* & *virtuelle*. Ils nomment vitesse actuelle d'un corps, l'espace que le même corps parcourt avec un mouvement égal dans l'unité de tems; & nomment vitesse virtuelle, l'espace que le corps est en état de parcourir uniformément dans le tems susdit, & quoiqu'il soit arbitraire de choisir une durée de tems quelconque pour l'unité, il est cependant d'usage d'employer la minute seconde dans la pratique pour l'unité du tems. Nous le suivrons constamment, à moins que nous n'avertissions du contraire. C'est pourquoi, si on dit qu'un corps a une vitesse actuelle de 35 pieds en une minute seconde, on entendra par-là, que le corps se meut actuellement avec une telle vitesse, qu'il parcourt d'un mouvement égal 35 pieds par minute seconde; & si on dit que le corps a une vitesse virtuelle de 50 pieds, on entendra que le même corps est en

état de parcourir par un mouvement égal 50 pieds dans une minute seconde.

249. Il arrive ordinairement aux commençants, d'avoir une idée confuse de la vitesse virtuelle, lorsqu'ils l'observent dans quelque mouvement varié. Pour en avoir donc une idée claire & di-
Pl. 7. F. 2. stincte, on imagine un plan AC incliné à l'horizon; si on pose sur la sommité C de ce plan une sphere, elle roulera vers A, aussitôt qu'elle sera libre, en se mouvant d'un mouvement continuellement accéléré: parce que nommant t, le tems employé par la sphere à parcourir l'espace CD, T le tems employé par le même à parcourir l'espace CA, l'expérience donne $\frac{CD}{t} < \frac{CA}{T}$ (§. 246).

Si on suppose à présent, que la sphere arrivée en A, rencontre le plan horizontal AB, & qu'elle le parcourt, elle cessera son mouvement accéléré au point A; mais elle s'avancera ensuite depuis ce point de A vers B avec un mouvement égal, & avec la vitesse virtuelle, qu'elle avoit acquise au point A, après avoir parcouru l'espace CA d'un mouvement accéléré; la quantité de cette vitesse virtuelle sera déterminée par l'espace AB parcouru d'un mouvement égal en une minute seconde (§. 248) Si la sphere rencontre en D le plan horizontal DF, & le parcourt de D vers F, elle cessera au point D son mouvement accéléré; mais elle s'avancera de D vers F avec

un mouvement égal & avec la viteſſe virtuelle, qu'elle avoit acquiſe au point D, après avoir parcouru l'eſpace CD d'un mouvement accéléré, & la quantité de cette viteſſe virtuelle ſera déterminée par l'eſpace D F parcouru d'un mouvement égal dans une minute ſeconde.

Si on compare enſuite les viteſſes virtuelles D F, A B, données par l'expérience, on trouvera que la viteſſe D F, qui correſpond à l'expreſſion $\frac{CD}{t}$, eſt moindre que la viteſſe A B, qui correſpond à l'expreſſion $\frac{CA}{t}$ (§. 247).

On voit donc que ſi la ligne C D A eſt droite ou courbe, elle repréſentera l'eſpace parcouru par un corps avec un mouvement varié; on voit, dis-je, que ce corps aura acquis dans chaque point D une diſpoſition, ou pour mieux dire, une poſſibilité de parcourir un eſpace déterminé avec un mouvement égal dans une minute ſeconde. Cette diſpoſition ou poſſibilité, eſt ce qu'on doit entendre par viteſſe virtuelle, qui varie à chaque instant dans les mouvements qui ne ſont point uniformes, aulieu qu'elle eſt conſtante dans le méme mouvement égal (§. 246).

250. Puisque dans le mouvement varié, la valeur de la viteſſe change continuellement (§. 246, 249), & qu'on voit un tel changement s'opérer dans la nature par des loix variées; il ſuit donc,

qu'il exifte réellement un nombre infini de mouvements variés, qui different tous entr'eux.

Dans cette grande variété de mouvements différents, on en compte deux; les augmentations de viteffe de l'un en tems égaux font égales, & les diminutions de viteffe correfpondantes aux dits tems égaux dans l'autre font égales, de façon qu'une viteffe double, triple & quadruple correfpond dans le premier cas à un tems double, triple, quadruple &c.; & dans le fecond cas, à un tems double, triple, quadruple &c. correfpond la viteffe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c.

On nomme le premier de ces mouvements, *mouvement uniformément accéléré*, & le fecond *uniformément retardé.*

251. Comme la propriété du corps eft de perfévérer dans l'état de repos ou de mouvement rectiligne & égal, s'il arrive que le même corps paffe du mouvement au repos en changeant de direction ou de viteffe, c'eft une preuve que quelque caufe étrangere au corps aura produit ce changement; la propriété expliquée ci-deffus, & la réfiftance qui fe rencontre, lorsqu'on tentè de changer l'état du corps, eft ce que nous avons nommé *force d'inertie* (§. 51).

252. On nomme *puiffance* ou *force* les caufes étrangeres au corps, capables de produire, d'altérer ou de détruire le mouvement; on les dit *mouvantes*,

vantes, quand elles produisent le mouvement ou tendent à le produire, & on les nomme *forces résistantes* ou *retardatrices*, ou simplement *résistances*, quand elles diminuent ou détruisent tout-à-fait le mouvement.

253. Les forces mouvantes sont de deux especes. On nomme *impulsion*, *choc* & *frottement* celles de la premiere espece. Elles agissent contre les corps durs dans un instant de tems, & produisent le mouvement uniforme. On rencontre ces forces dans l'usage du marteau, du mouton, du belier &c.

254. On nomme *pressions*, *incitations*, *forces accélératrices*, les forces mouvantes de la seconde espece (§. 253). Elles doivent agir contre le corps pendant un nombre limité & successif d'instants, pour produire le mouvement qui devient nécessairement varié, tant que les pressions durent; mais dès qu'elles cessent, le corps se meut alors d'un mouvement égal & avec une vitesse, qui lui a été communiquée par la somme des pressions, qui l'ont excité à se mouvoir.

On voit donc, que le mouvement uniforme peut être produit, ou par l'impulsion ou par une somme de pressions, qui après avoir agi contre le corps, sont ensuite arrêtées. Mais le mouvement varié est toujours produit par des pressions, qui agissent dans le moment.

Nous sommes heureusement postés pour observer nombre de pressions, telles sont les gravités universelle & terrestre, l'attraction magnétique, l'attraction électrique, la force élastique d'un arc, d'un ressort, celle de l'air renfermé dans le fusil à vent, ou de la poudre enflammée dans les armes à feu, l'action des hommes & des autres animaux, celle du vent, de l'eau courante &c.; quoique ces pressions paroissent différer, elles sont pourtant toutes de même nature, relativement aux effets qu'elles produisent; puisqu'on peut toujours exprimer leur action par un poids.

255. On doit aussi appliquer aux résistances les réflexions faites sur les forces mouvantes de la seconde espece (§. 254); il ne faut pour cela, que substituer à l'expression de forces accélératrices, celle de forces retardatrices. Ces forces retardatrices produisent le mouvement retardé & leur action s'exprime aussi par un poids; elle est toujours absolue, puisque, pour la surpasser, il faut employer une force mouvante déterminée plus grande que la force résistante; mais la résistance produite par la force d'inertie (§. 251), est une résistance purement relative; puisque telle petite que soit la force extérieure, qui agit contre le corps, il peut toujours changer de place. Pour donner une idée claire de cette distinction, supposons qu'on veuille faire rouler une sphere par-

faite C, sur un plan horizontal A B extrêmement Pl. 7. F. 3.
poli ; comme dans tel point du plan qu'elle se trouve, elle est toujours également distante du centre de la terre, ainsi abstraction faite du frottement, sa pesanteur ne peut occasionner aucun obstacle à la force qui tend à la faire mouvoir. Donc la résistance, qui a lieu dans ces circonstances, lorsqu'on fait rouler la sphere, vient uniquement de sa force d'inertie. Si on fait à présent attention à la quantité de cette résistance & à la loi qui la dirige, on trouve qu'elle est plus grande, à mesure qu'on veut faire rouler la sphere plus vite ; que la force extérieure, telle petite qu'elle soit, peut toujours mouvoir une sphere d'une grandeur & d'un poids quelconque, & que la vitesse communiquée à la sphere, est dans la proportion directe de la force extérieure, & dans la proportion inverse de la masse ou du poids de la sphere ; mais si l'on veut élever la sphere de dessus le plan, comme il est nécessaire pour le faire, que la force extérieure l'emporte sur la pesanteur de la sphere, il faudra que la force extérieure soit plus grande que le poids de la même sphere, sans quoi elle ne pourra jamais s'enlever.

256. Un corps peut être mû par une ou plusieurs forces, qui agissent sur lui en même tems, ce qui donne lieu à la distinction du mouvement en *simple & composé*. On nomme mouvement sim-

ple, celui qui eſt produit par une ſeule force, où par plusieurs forces, qui agiſſent dans la même direction ; le mouvement dans ce cas eſt toujours rectiligne. Mais ſi le corps ſe meut en vertu de deux ou pluſieurs forces, qui agiſſent dans des directions différentes, le mouvement ſe nomme *compoſé*.

Ce mouvement peut être droit ou curviligne. On peut dans le premier cas le conſidérer comme ſimple, de même qu'un mouvement ſimple quelconque peut être conſidéré comme compoſé; mais ſi le mouvement eſt curviligne, il ſera toujours compoſé par ſa nature; parce qu'il ne pourra jamais être décrit ſans que le corps ne ſoit détourné de ſa direction à chaque inſtant.

Enfin le mouvement compoſé peut auſſi être uniforme ou variable, ſelon une loi quelconque.

257. Nous voyons tous les jours un corps en mouvement, rencontrant un autre corps, produire de plus grands effets, que s'il s'appuyoit ſeulement ſur le même corps, & nous obſervons encore, que les effets du corps en mouvement deviennent plus grands, à meſure que le corps ſe meut plus vite, ou que ſa maſſe eſt plus conſidérable. Pour connoître donc la force d'un corps en mouvement $= f$, il faut auſſi faire attention à ſa maſſe $= m$, & à la viteſſe avec laquelle il ſe meut $= u$, & comme la ſomme des mouvements

de toutes les parties élémentaires, qui constituent le corps, est nécessairement égale à la quantité de mouvement du corps $= q$; donc il est évident, qu'on doit estimer la quantité totale de mouvement d'un corps par le produit de sa masse par sa vitesse, & que la force de ce corps en mouvement doit être égale à la quantité de mouvement. On a donc $q = m\ u = f$.

258. Il résulte de tout ce qui a été dit dans ce chapitre, qu'il y a six choses à considérer dans le mouvement des corps; c'est-à-dire, l'espace parcouru (§. 238), la direction (§ 239), le tems (§. 241), la vitesse (§. 247, 248), les causes qui produisent ou alterent le mouvement (§. 253, 254, 255, 256), & la force du corps en mouvement (§. 257). Ce sont ces six choses, qui forment tout l'objet de la dynamique.

Nous verrons dans les chapitres suivants, comment, quelques unes de ces choses étant connues, on détermine les autres par la géométrie; mais pour connoître celles, qui servent à déterminer les autres, il est toujours nécessaire de recourir à l'expérience.

La maniere de faire ces expériences, peut varier de bien des manieres, selon la diversité des phénomenes physico-méchaniques que l'on examine; & l'habilité de celui, qui manie l'expérience, consiste à savoir choisir dans les cas par-

ticuliers les moyens qui conduisent par le chemin le plus simple & le plus sûr à la résolution du problême. La regle générale, que nous avons donnée dans le premier chapitre de la physique, & l'application qu'on en peut faire dans les endroits convenables, servira à s'exercer sur de pareilles recherches.

259. Supposons donc, qu'il soit évident par les expériences déjà faites, qu'un corps parcourt les espaces suivants dans des tems respectifs, c'est-à-dire,

Pl. 7. F. 4. A B, dans une minute seconde.
A C, en deux minutes secondes.
A D, en trois minutes secondes.
A F, en quatre minutes secondes.

Il est nécessaire, pour faire usage de ces données, d'exprimer leur proportion par une figure géométrique. C'est pourquoi on tire une droite indéfinie G K, & l'ayant prise pour l'axe, on marque les parties égales G H, H L, L M, M K, de la grandeur que l'on veut, G H exprimant une minute seconde, G L deux minutes secondes, G M trois minutes secondes, G K quatre minutes secondes &c.; on éleve aux points H, L, M, K, les perpendiculaires H O, L P, M Q, K R, à G K, égales chacune respectivement aux espaces parcourus dans les dits tems, c'est-à-dire, $HO = AB$, $LP = AC$, $MQ = AD$, $KR = AF$.

on nomme l'échelle des espaces sur les tems la ligne, que l'on fait passer par les points G, O, P, Q. S'il arrivoit dans la construction, que les espaces parcourus A B, A C, A D, A F, donnés par l'expérience fussent curvilignes, il faudroit pour les rectifier les faire égaux aux perpendiculaires correspondantes H O, L P, M Q, K R.

260. Si dans le résultat de l'expérience exprimée par la ligne A B C D F, les parties A B, A C, A D, A F, désignoient les vitesses, que le corps en mouvement avoit après une, deux, trois minutes secondes &c., il faudroit faire la même construction que dans le paragraphe précédent, & la ligne G O P Q R, qui passe par les extrémités des perpendiculaires H O, L P, M Q, K R, se nommeroit l'*échelle des vitesses sur les tems.*

Enfin, si dans le dit résultat A B C D F, les parties A B, A C, A D, exprimoient la somme des pressions, qui dans le tems d'une, de deux, trois minutes secondes &c., ont incité les corps au mouvement, après avoir fait la construction ci-dessus, la ligne résultante G O P Q R, se nommera l'*échelle des pressions sur les tems.*

261. On doit observer ici, que si la ligne G O P Q R étoit réguliere, les échelles décrites (§. 259, 260), & les autres construites de la maniere, dont on traitera après, seront autant d'autres lieux géométriques, dont G H, G L sont les abscisses, &

les perpendiculaires HO, LP, les ordonnées; il s'ensuit que la théorie de ces lieux expliquée dans nos principes mathématiques transcendantes, servira précisément pour les dites échelles de méchanique. Nous en supposerons toujours les ordonnées paralleles entr'elles, à moins qu'on n'avertisse du contraire

CHAPITRE SECOND.

Du mouvement uniforme.

262. La vitesse u, étant constante dans le même mouvement uniforme, & étant égale à l'espace parcouru s, divisé par le tems correspondant t (§.247), c'est-à-dire, $u = \frac{s}{t}$, il s'ensuit:

1°. Que le produit de la vitesse par le tems est égal à l'espace parcouru $s = u\, t$.

2°. Que l'espace parcouru divisé par la vitesse, est égal au tems $t = \frac{s}{u}$.

3°. Que les parties AF, AK, prises sur la directrice AK, exprimant les tems, & les perpendiculaires FB, KL, les espaces correspondants parcourus, l'échelle ABL des espaces sur les tems sera une ligne droite inclinée à l'axe, puisqu'on a toujours $\frac{FB}{AF} = \frac{KL}{AK} = \frac{s}{t} = u$. Pl. 7. F. 5.

4°. Que les perpendiculaires FG, KH, exprimant la vitesse constante $= u$, l'échelle GH de

la viteſſe ſur les tems ſera une ligne droite parallele à l'axe A K.

5°. Qu'il y a ſeulement dans le mouvement uniforme deux échelles pour les tems, c'eſt-à-dire, celle des eſpaces parcourus, & l'autre des viteſſes.

6°. Enfin, on voit que ſi une de ces échelles eſt donnée, on vient facilement à bout de décrire l'autre, puiſque des trois quantités connues dans l'équation $s = ut$, deux ſont connues.

263. Comparant enſuite deux mouvements uniformes exprimés par les équations $u = \frac{s}{t}$, $V = \frac{S}{T}$, on a $u : \frac{s}{t} :: V : \frac{S}{T}$; on déduit de cette proportion les analogies ſuivantes, qui forment autant de théorêmes pour le mouvement uniforme.

1°. $u : V :: \frac{s}{t} : \frac{S}{T} :: sT : St$; d'où ſi l'on ſuppoſe les tems égaux, on aura $u : V :: s : S$, c'eſt-à-dire, les viteſſes proportionnelles aux eſpaces parcourus.

Si l'on ſuppoſe les eſpaces parcourus égaux, on aura $u : V :: T : t$, c'eſt-à-dire, la viteſſe dans la raiſon réciproque des tems.

2°. $s : S :: tu : TV$; pourquoi ſi on ſuppoſe les tems égaux, on aura $s : S :: u : V$, c'eſt-à-dire, les eſpaces parcourus proportionnels aux viteſſes.

Si l'on a $u = V$, nous aurons $s : S :: t : T$, c'est-à-dire, les espaces proportionnels aux tems.

3°. $t : T :: \frac{s}{u} : \frac{S}{V} :: sV : Su$: supposant donc les espaces parcourus égaux entr'eux, on aura $t : T :: V : u$, c'est-à-dire, les tems réciproquement proportionnels aux vitesses, & si les vitesses sont égales, nous aurons $t : T :: s : S$, c'est-à-dire, les tems proportionnels aux espaces parcourus.

264. Puisqu'on a par le §. 257, la quantité de mouvement d'un corps égale au produit de sa masse par la vitesse, c'est-à-dire, $q = mu$, si M indique la masse d'un autre corps, V sa vitesse & Q sa quantité de mouvement, on aura encore $Q = MV$; ce qui donne la proportion suivante, $q : mu : Q : MV$, il en résulte:

1°. $q : Q :: mu : MV$, & cependant si on a $m = M$, on aura $q : Q :: u : V$; si on a $u = V$, on aura $q : Q :: m : M$, & enfin si on suppose $q = Q$, on aura encore $mu = MV$, & ainsi nous aurons $m : M :: V : u$.

2°. Puisque $qMV = Qmu$, on a encore

$u : V :: qM : Qm$

$m : M :: qV : Qu$, tous théorêmes, que l'on peut énoncer, comme nous avons fait dans le paragraphe précédent.

265. Enfin, si on multiplie terme par terme l'analogie $u : V :: sT : St$ du §. 263, avec l'an-

logie $q : Q :: m u : M V$ du paragraphe précédent, on aura $q u : Q V :: m u s T : M V S t$; d'où $q u M V S t = Q V m u s T$, & divisant par $u V$, on aura $q t M S = Q T m s$, & réduisant cette équation en analogie, nous aurons

1°. $q : Q :: m s T : M S t$, dans laquelle, si on suppose $q = Q$, comme alors on aura encore $m s T = M S t$, dont nous aurons

$m : M :: S t : s T$,

$t : T :: m s : M S$,

$s : S :: M t : m T$;

& si outre la supposition $q = Q$, on a encore $t = T$, on aura $s : S :: M : m$, & si on a $s = S$, nous aurons $t : T :: m : M$.

2°. On a d'après l'équation $Q T m s = M S q t$,

$s : S :: q t M : Q T m$

$t : T :: Q m s : q M S$

$m : M :: q t S : Q T s$.

Supposant ensuite dans chacune de ces analogies tantôt les espaces égaux entr'eux, tantôt les tems, & tantôt les masses, on en déduira les autres théorêmes, comme on a fait ci-devant.

On nomme tous ces théorêmes & ceux ajoutés aux paragraphes, 262, 263, 264, *les loix du mouvement uniforme.*

266. La force d'un corps, qui se meut, étant égale à sa quantité de mouvement (§. 257), il s'ensuit que tout ce qui a été dit dans les théorê-

mes précédents ſur la quantité de mouvement, doit s'appliquer préciſément à leur force ; d'où il ſuffira, de ſubſtituer dans ces théorêmes le mot force à celui de quantité de mouvement.

LEIBNITZ avoit obſervé ſur la fin du ſiecle dernier, que lorſqu'un corps avoit une viteſſe double, il plioit un nombre quadruple de corps élaſtiques, & qu'il produiſoit dans les corps mols un enfoncement quadruple ; il en concluoit que la force des corps en mouvement devoit ſe meſurer par le produit de la maſſe, par le quarré de la viteſſe. Cette idée a été promulguée dans la ſuite avec de forts raiſonnements par d'autres philoſophes, & ſpécialement par les BERNOULLI, par s'GRAVESANDE & par MUSSCHENBROECK; d'autres ſavans ont été de l'avis oppoſé, d'où eſt ſurvenue pendant quelques années la fameuſe queſtion des forces vives & des forces mortes, qui a été décidée depuis en faveur du produit de la maſſe par la viteſſe.

On ſera à même d'obſerver dans les inſtructions ſuivantes, comment les effets produits par un corps en mouvement dans les corps élaſtiques & dans les corps mols, ſont proportionnels au produit de la maſſe par le quarré de la viteſſe, nonobſtant que ſa force doive s'exprimer par *m u*.

CHAPITRE TROISIEME.

Du mouvement uniformément accéléré, & du mouvement uniformément retardé.

267. Le mouvement uniformément accéléré, & le mouvement uniformément retardé ſont une eſpece particuliere de mouvement variable (§. 250).

Le premier de ces mouvements étant occaſionné par les preſſions, & le ſecond par les réſiſtances continues & inſtantanées, qui agiſſent contre le corps (§. 254, 255), chacun d'eux doit avoir trois échelles ſur la directrice des tems, c'eſt-à-dire, l'échelle des preſſions ou des réſiſtances uniformes, celles des viteſſes, & l'échelle des eſpaces parcourus.

Nous verrons comment une de ces échelles étant connue par l'expérience, on peut trouver les deux autres, & connoître par conſéquent tout ce qui appartient à ces deux eſpeces de mouvements. Commençons à parler du mouvement uniformément accéléré, puiſque ſa théorie bien entendue donne des facilités pour comprendre enſuite celle du mouvement uniformément retardé.

268. Puiſque dans le mouvement uniformément accéléré les viteſſes $= u$, ſont toujours proportionnelles aux tems correſpondants $= t$ (§. 250),

il s'ensuit que la proportion $\frac{u}{t}$ sera une quantité constante $= p$, ainsi on a dans ce mouvement $\frac{u}{t} = p$, duquel on déduit ensuite $u = p\,t$, & $t = \frac{u}{p}$.

La quantité constante $= p$ montre la pression instantanée, qui par son action universelle contre le corps, produit dans des tems égaux des augmentations égales de vitesse (§. 254). Si la droite
Pl. 7. F. 6. A K représente la directrice des tems A F, A K, l'échelle A L des vitesses correspondantes F B; K L, sera une droite inclinée à l'axe, puisque l'on a toujours $\frac{u}{t} = \frac{FB}{AF} = \frac{KL}{AK}$; & si à la distance $FG = p$, on tire la droite G H, parallele à A K, G H sera l'échelle des pressions égales p sur la même directrice des tems.

269. Si l'on suppose chaque tems fini AF, AK, divisé dans ses instants infiniment petits AC, CO, OF &c. & que par chacun de ces instants on tire les pressions CD, OQ &c., on voit:

1°. Que le rectangle AFGI, exprime la somme de toutes les pressions instantanées, qui ont agi contre le corps dans le tems A F, que le rectangle A F K I exprime la somme de toutes les pressions instantanées, qui ont agi contre le corps dans le tems A K &c.

2°. Que les vitesses FB, KL produites après les tems finis A F, A K sont proportionnelles aux

fommes des preſſions A F G I, A F K I, qui font proportionnelles aux tems A F, A K, puisque ces rectangles ont la hauteur A I commune.

3°. Qu'une viteſſe infiniment petite C E, correſpond aux preſſions déſignées par le triangle A C D I, qui ont agi contre le corps pendant un tems infiniment petit A C, & que la premiere preſſion A I, n'a aucune ſorte de viteſſe correſpondante, parce que le tems eſt zero au point A, ce point étant ſeulement le commencement du tems; mais que la preſſion A I, occaſionne ſeulement le commencement du mouvement.

270. Comme la proportion $\frac{s}{t}$ de l'eſpace BF $= s$, au tems A F $= t$, eſt une quantité variable dans le mouvement uniformément accéléré (§. 246, 250), l'échelle A B L des eſpaces parcourus ſur les tems, doit par ce qui a été enſeigné dans les mathématiques transcendantes, être une courbe convexe vers l'axe A K, puisque le mouvement va en croiſſant; & la courbe deviendroit concave vers le même axe, ſi le mouvement étoit décroiſſant. Mais ſi on ſuppoſe dans cette courbe le triangle caractériſtique B H L décrit avec les droites K L, B H, paralleles reſpectivement à F B, A K, on aura H L $= ds$, F K $=$ B H $= dt$, & la proportion $\frac{ds}{dt} = \frac{HL}{BH}$ exprimera une quantité conſtante $= u$, puiſqu'on peut dans ce cas conſidérer l'arc infiniment petit B L, comme une Pl. 7. F. 7.

ligne droite, qui exprime l'échelle des eſpaces parcourus $= d\,s$, & par conſéquent regarder le mouvement du tems dt, comme uniforme (§. 262).

Ajoutant donc la viteſſe conſtante u, au tems $d\,t$, on aura $\frac{ds}{dt} = u$, pour la formule cherchée, qui n'appartenant à aucune courbe particuliere, ſert pour toute ſorte de mouvement accéléré & retardé.

271. Au moyen de la formule trouvée $\frac{ds}{dt} = u$, & de l'équation $u = p\,t$, concernant la viteſſe & les preſſions dans le mouvement uniformément accéléré (§. 268), il ſera aiſé de trouver l'équation, qui exprime dans ce mouvement l'échelle des eſpaces parcourus ſur les tems, il ne faut que ſubſtituer dans une de ces équations, aulieu de u, ſa valeur $= p\,t$ donnée par l'autre équation, & on aura $\frac{ds}{dt} = p\,t$, $d\,s = p\,t\,d\,t$, & intégrant, nous aurons $s = \frac{pt^2}{2}$, & $\frac{2}{p}\,s = t^2$, équation qui
Pl. 7. F. 8 exprime la nature de l'échelle A B L, des eſpaces parcourus F B, K L, ſur les tems A F, A K, dans le mouvement uniformément accéléré. On voit aiſément, que cette échelle eſt la parabole d'Apollonius du parametre $= \frac{2}{p}$, dont la convexité B L eſt tournée vers la directrice A K, & que cette directrice touche la parabole dans la verticale A, d'où la droite A M, perpendiculaire à A K, eſt l'axe de la parabole.

272. Si

272. Si après avoir décrit l'échelle des espaces A B L, on substitue dans l'équation $\frac{2}{p} s = t^2$, aulieu de p, sa valeur $\frac{u}{t}$ prise dans l'équation $\frac{u}{t} = p$ (§. 268), on aura, en corrigeant l'expression, $\frac{2s}{t} = u$. Ainsi si on prolonge les droites B F, K L, & qu'on fasse $u = FG = \frac{2BF}{AF} = \frac{2s}{t}$, $u = KH = \frac{2KL}{AK} = \frac{2s}{t}$, on trouvera, que la ligne, qui passe par les points A, G, H, est une droite inclinée à l'axe A K, & est l'échelle des vitesses correspondantes aux espaces parcourus, au moyen de quoi il sera ensuite aisé de construire aussi l'échelle des pressions, en se servant de l'équation $\frac{u}{t} = p$.

On voit par-là, comment dans le mouvement uniformément accéléré, une des trois échelles étant donnée, on peut décrire les autres, & comme on parvient à connoître tout ce qui appartient à cette espece de mouvement (§. 267).

273. Puisque dans le mouvement uniformément accéléré, l'échelle A B L des espaces parcourus sur les tems est une paraboleApollonienne (§. 271), il s'ensuit :

1°. Que si on prend les tems A F, A K, A N &c. dans la proportion des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5 &c. les espaces F B, K L, N O, parcourus dans les dits tems, seront comme les quarrés 1, 4, 9, 16, 25 &c. des mêmes nombres naturels. Pl. 7. F. 9.

2°. Si des points B, L, &c. on tire à la directrice A N, les paralleles B E, L I &c. on aura F B pour l'espace parcouru dans le premier tems A F; L E pour l'espace parcouru dans le second tems F K; O I pour l'espace parcouru dans le troisieme tems K N, ainsi les espaces parcourus en tems égaux seront entr'eux comme les différences 1, 3, 5, 7 &c. des quarrés des nombres naturels, c'est-à-dire, comme la suite des nombres impairs.

274. Si d'un point B quelconque de la parabole on tire la tangente B Q, cette tangente, comme il est démontré par les sections coniques, divisera par moitié en R, l'autre tangente A F, qui exprime le tems employé par le corps à parcourir l'espace F B d'un mouvement uniformément accéléré. On suppose à présent, que la droite R B représente l'échelle des espaces parcourus d'un mouvement uniforme (§. 262), l'espace parcouru F B sera une ordonnée commune aux deux échelles A L B, R B; mais l'espace F B dans le mouvement uniforme est parcouru dans le tems R F (§. 262), & le même espace F B dans le mouvement uniformément accéléré est parcouru dans le tems A F double de R F; donc si un corps, après être mû d'un mouvement uniformément accéléré pendant tout le tems A F, a acquis la vitesse F G, & vient à cesser ce mouvement uniformément

Pl. 7. F. 10

accéléré, pour se déterminer ensuite le mouvement uniforme (§. 249), & avec la vitesse F G: il parcourra l'espace F B dans le tems R F = $\frac{AF}{2}$, ainsi ce corps parcourra d'un mouvement uniforme pendant le tems entier A F, un espace double de F B parcouru d'un mouvement uniformément accéléré.

275. La nature nous fait voir, près de la surface de la terre, le mouvement uniformément accéléré dans la chûte des corps, produit, comme nous avons dit ailleurs, par les instances de la pesanteur terrestre. Un pendule simple, qui par ses vibrations mesure les minutes secondes au bas d'une montagne, mesure aussi les minutes secondes à la cime; ce qui prouve que les instances de la pesanteur sur la sphere du pendule sont égales entr'elles aux différentes distances du centre de la terre. C'est pourquoi, si de la cime A d'une Pl.7. F.11 très-haute tour, on laisse librement tomber cette sphere ou un autre corps, l'échelle des pressions, qui décideront le mouvement, sera une droite parallele à la direction des tems, & par conséquent l'échelle de la vitesse sera une droite inclinée à la même directrice (§. 268), & l'échelle des espaces parcourus sera une parabole Apollonienne (§. 271). En effet, lorsqu'on mesure l'espace A C, parcouru pendant un tems par un corps

qui tombe à plomb, l'espace AD parcouru dans un tems double, l'espace AF parcouru dans un tems triple, on trouve que ces espaces sont entr'eux comme les quarrés de ces tems (§. 271, 273), pourvu que le corps soit très-dense, & que le plus grand espace AB ne soit pas trop grand; de façon que la résistance de l'air contre le corps soit encore insensible. Nous verrons ailleurs qu'elle altere sensiblement les mouvements rapides, & plus particuliérement dans les corps légers.

276. Le mouvement uniformément accéléré, dont nous avons parlé jusqu'à présent, est produit par la seule pression; ensorte qu'il commence par le repos, de la même maniere précisément, qu'un corps qui tombe en vertu de la seule pesanteur, lorsque le fil, auquel il est suspendu vient à se rompre, ou qu'on le coupe; il convient alors de considérer la combinaison du mouvement accéléré avec le mouvement uniforme, lorsque tous les deux ont la même direction. C'est pourquoi, nous mettrons en avant la proposition suivante.

Si le corps A est mû dans la direction AB de A
Pl. 7. vers B, par une force F, capable de lui communi-
F. 12 quer la vitesse $= m$, & si le même corps A est mû dans la même direction & du même côté par une autre force G, capable de lui communiquer la

viteſſe $= n$, ce corps obéiſſant aux deux forces, qui agiſſent contre lui en même tems, prendra ſon mouvement dans la même direction de A vers B, avec la viteſſe $m + n$; mais ſi les deux forces agiſſent en même tems dans des directions oppoſées, c'eſt-à-dire, ſi la force F pouſſe le corps de A vers B, & la force G de A vers C, le corps dans ce cas continuera certainement à ſe maintenir dans la même direction ; mais ſa viteſſe s'exprimera par $m - n$, & ſon mouvement ſe fera de A vers B, ſi on a $m > n$; le corps décidera ſon mouvement de A vers C, ſi on a $m < n$: finalement le corps reſtera dans un parfait repos, ſi on a $m = n$.

Ce qui ſe dit des viteſſes, peut auſſi s'appliquer aux eſpaces, que chaque force F, G, peut faire parcourir au corps dans le tems t.

277. Pour appliquer la propoſition générale du paragraphe précédent à la combinaiſon particuliere du mouvement uniformément accéléré avec le mouvement uniforme, on obſerve, que ſi on jette une pierre du haut d'une tour en bas dans une direction à plomb, où ſi l'on tire un fuſil dans cette même direction, la pierre lancée, ou la balle chaſſée hors du fuſil, prendront leur mouvement dans la même direction à plomb; mais la viteſſe $= u$, que le corps a dans ce mouvement, eſt compoſée de la viteſſe conſtante $= c$, qui lui

eſt communiquée par la force du bras ou de la poudre enflammée, & de la viteſſe $= p\,t$, qui eſt propre au mouvement uniformément accéléré (§. 268).

L'équation $u = c + p\,t$ exprime donc la nature de la viteſſe compoſée $= u$ dans le mouvement, dont nous parlons.

Pl.7. F.13 Si A K eſt la directrice des tems, & qu'elle ait pour parallele la ligne Q M, qui exprime l'échelle de la viteſſe conſtante $= c =$ A Q $=$ K M, & I H qui exprime l'échelle des preſſions égales de la peſanteur A I $= p =$ K H, la droite inclinée Q L, ſera l'échelle de la viteſſe compoſée $u =$ F B $=$ F N $+$ N B $= c + p\,t$, qui convient au tems A F, & l'on aura $u =$ K L $=$ K M $+$ M L $= c + p\,t$ viteſſe compoſée correſpondante au tems A K, & ainſi des autres

278 Pour avoir l'équation de l'échelle, qui répond aux eſpaces parcourus d'un mouvement uniforme, combiné avec le mouvement uniformément accéléré (§. 277), il ſuffit d'employer la formule $\frac{ds}{dt} = u$ (§. 270), & l'équation $u = c + p\,t$, qui appartient à ces deux mouvements.

Comparant donc les deux valeurs de u, on a $\frac{ds}{dt} = c + p\,t$, & $ds = c\,dt + p\,t\,dt$, & intégrant on a $s = c\,t + \frac{p\,t^2}{2}$ ou $\frac{2}{p}\,s = \frac{2\,c\,t}{p} + t^2$, équa-

Pl.7. F.14 tion qui appartient à la partie A B L de la para-

bole Apollonienne R A B L, rapportée à la directrice des tems AF, qui coupe la parabole en A, aulieu de la toucher au sommet R, comme il arrive quand le mouvement est simplement uniformément accéléré (§. 271).

Si l'on construit l'équation trouvée selon les regles données dans les principes des mathématiques transcendantes, on trouvera:

1°. Que le point A est le commencement des tems A F, auxquels correspondent les espaces F B parcourus par le corps avec les deux mouvements cités.

2°. Que la parabole a toujours le même parametre $= \frac{2}{p}$, & que la droite A Q est exprimée par la quantité $\frac{c}{p}$.

Si l'on fait dans cette construction la perpendiculaire A G = C, & qu'on tire la droite Q G, elle fera l'échelle de la vitesse composée $= u$; parce que dans les triangles Q A G, Q F H, on a Q A : A G : : Q F : F H, ou en valeurs analytiques

$$\frac{c}{p} : c :: \frac{c}{p} + t : \frac{c \times \overline{\frac{c}{p} + t}}{\frac{c}{p}} = c + pt = u = \text{FH}.$$

279. Lorsqu'on jette un corps verticalement de bas en haut, le mouvement uniforme, que la force d'impulsion a communiquée au corps, est

ſucceſſivement détruit par les preſſions conſtantes de la peſanteur, qui agiſſant dans des directions oppoſées, diminuent les portions égales de viteſſe dans des tems égaux. Combinant donc le mouvement uniforme avec le mouvement uniformément accéléré dans les circonſtances décrites, on donne lieu au ſecond cas (§. 276), & on produit le mouvement uniformément retardé.

Pour exprimer la nature du mouvement uniformément retardé, que A Q repréſente la viteſſe
Pl. 7. F. 15 conſtante = c, communiquée au corps lancé de bas en haut, & ſoit A K, la directrice des tems: la droite Q M parallele à cette directrice ſera l'échelle c = F N = K M &c. ſoit en outre I G H l'échelle des preſſions égales de la peſanteur, qui agiſſent en ſens oppoſé au mouvement du corps, il arrivera que la partie N B = $p\,t$ de la viteſſe F N ſera détruite par la ſomme A F G I des preſſions après le tems A F, d'où l'on aura pour la viteſſe reſtante F B = u = F N − N B = $c - p\,t$; que la partie M L = $p\,t$ de la viteſſe K M ſera détruite par la ſomme A K H I des preſſions après le tems A K, d'où l'on aura la viteſſe reſtante K L = u = K M − M L = $c - p\,t$; & finalement que la viteſſe R E = A Q ſera détruite après le tems A R par la ſomme des preſſions A R O I, auquel cas le corps ceſſera de deſcendre.

Nous aurons donc dans le mouvement uniformément retardé $u = c - p\,t$.

280. Pour avoir l'équation de l'échelle des espaces parcourus sur les tems dans le mouvement uniformément retardé, on fera usage de la formule $\frac{ds}{dt} = u$, & de l'équation $u = c - pt$ du paragraphe précédent.

Il résulte du parallele de ces deux équations, que $\frac{ds}{dt} = c - pt$, & que $ds = c\,dt - pt\,dt$, intégrant on a $s = ct - \frac{pt^2}{2}$, $\frac{2}{p}s = \frac{2ct}{p} - t^2$, équation qui appartient à la portion R N A de la parabole Apollonienne R A B L rapportée à la directrice Q A F des tems; l'on doit dans ce cas la marquer de A vers Q, comme A K, pour avoir les espaces correspondants parcourus K N. Pl. 7. F. 14

Si on fait ensuite A G = c, & qu'on tire la droite Q G, on aura l'échelle des vitesses retardées K O, qui deviennent zero après le tems A Q; d'où le corps cesse de monter, & la plus grande hauteur, à laquelle le même corps sera monté, sera désignée par l'espace parcouru correspondant Q R.

281. Il résulte de ce qui a été dit sur le mouvement uniformément retardé.

1°. Que prenant la suite des nombres impairs, 1, 3, 5, 7 &c., dans l'ordre rétrograde, on a la proportion des espaces parcourus en tems égaux.

2°. Que dans la pesanteur, la vitesse constante c, imprimée à un corps, pour monter jusqu'à une

certaine hauteur verticale, eſt préciſément égale à celle que le corps acquiert en tombant de la même hauteur d'un ſimple mouvement uniformément accéléré ; parce qu'ayant $u = o$, quand le corps ceſſe de monter, on a $o = c - pt$, & $pt = c$, viteſſe ſimple du mouvement uniformément accéléré (§. 268).

3°. Si lorsque la viteſſe $u = o$, on écrit $\frac{c}{p}$ aulieu de t dans la formule $s = ct - \frac{pt^2}{2}$, on aura $s = \frac{c^2}{2p}$ pour la plus grande hauteur, à laquelle un corps lancé puiſſe monter.

282. Les formules générales, citées dans ce chapitre, ſont les ſuivantes pour le mouvement uniformément accéléré, qui commence par le repos.

1°. $u = pt$ (§. 268).

2°. $s = \frac{pt^2}{2}$ (§. 271).

& ſi aulieu de t^2, on écrit dans la ſeconde de ces formules, ſa valeur $\frac{u^2}{p^2}$, déduite de la premiere, on aura, en corrigeant l'expreſſion,

3°. $s = \frac{u^2}{2p}$

Pour le mouvement uniformément accéléré, qui commence avec une viteſſe conſtante $= c$, on aura

4°. $u = c + pt$ (§. 277).

5°. $s = ct + \frac{pt^2}{2}$ (§. 278).

Pour le mouvement uniformément retardé.

6°. $u = c - pt$ (§. 279).

7°. $s = ct - \frac{pt^2}{2}$ (§. 280).

Or ſi on vient à connoître avec une ſeule expérience l'eſpace parcouru dans un tems donné $= s$, ou ſimplement la viteſſe $= u$, on trouvera avec cette connoiſſance la valeur des preſſions conſtantes $= p$, qui ſubſtituée dans toutes les formules, pourra avec les mêmes formules réſoudre tous les problêmes, qui appartiennent au mouvement uniformément accéléré ou retardé de cette eſpece, ſans être obligé à conſtruire d'échelle pour cela. Pour faire voir l'uſage de cette théorie, nous en ferons l'application à la peſanteur terreſtre.

283. L'expérience démontre qu'un corps à la latitude de 45 degrés, qui tombe librement en partant de l'état de repos, parcourt $9\frac{1}{2}$ pieds environ dans le tems d'une minute ſeconde. Si aulieu de s, on ſubſtitue cette donnée dans la ſeconde formule $s = \frac{pt^2}{2}$, & qu'on écrive l'unité aulieu de t, on aura $9\frac{1}{2} = \frac{p}{2}$ & $p = 19$ pieds, qui expriment la preſſion conſtante de la peſanteur à cette élévation du pole.

Que l'on ſubſtitue à préſent dans les formules du paragraphe précédent aulieu de p, la valeur trouvée 19, on aura les formules néceſſaires pour réſoudre les problêmes, qui appartiennent au mouvement uniformément accéléré & retardé,

produit par la pesanteur à la dite élévation; c'est-à-dire,

1°. $u = 19\,t$.

2°. $s = 19\,t^2$.

3°. $s = \frac{u^2}{38}$ & $u = \sqrt{38\,s}$.

4°. $u = c + 19\,t$.

5°. $s = c\,t + \frac{19\,t^2}{2}$.

6°. $u = c - 19\,t$.

7°. $s = c\,t - \frac{19\,t^2}{2}$.

Si on faisoit l'expérience plus près du pole, on trouveroit l'espace parcouru dans une minute seconde plus grand, que $9\frac{1}{2}$ pieds, & le contraire arriveroit, si on la faisoit plus près de l'équateur : substituant par conséquent ces valeurs dans la formule, on auroit dans ces lieux une valeur différente pour la pression correspondante à ces hauteurs (§. 243).

Montrons à présent l'usage pratique de ces formules pour la résolution de quelques problémes.

284. Un corps, étant tombé librement d'une certaine hauteur, a employé six minutes secondes dans sa chûte; trouver cette hauteur.

Comme on traite d'espace & de tems dans le mouvement uniformément accéléré, qui commence à l'état de repos, ainsi le probléme se résout par la seconde formule $s = \frac{19\,t^2}{2}$, d'où substituant aulieu de t^2, le quarré de 6, on aura $s =$

$\frac{19 \times 36}{2} = 342$ pieds pour la hauteur ou l'efpace parcouru cherché.

Si on vouloit avoir la viteffe du corps dans les circonftances citées, il faudroit fe fervir de la premiere formule $u = 19\, t$, fubftituant 6 aulieu de t, on auroit $19 \times 6 = 114$ pieds pour la viteffe cherchée.

Un corps eft tombé librement d'une hauteur de 152 pieds, on cherche fa viteffe. En traitant de l'efpace parcouru & de la viteffe dans le mouvement uniformément accéléré, qui commence de l'état de repos, il faudra réfoudre le problême par la troifieme formule $s = \frac{u^2}{38}$, écrivant le nombre 152 aulieu de s, & on aura $152 \times 38 = u^2 = 5776$, & $u = 76$ pieds.

Cette troifieme formule fert auffi pour le mouvement uniformément retardé, quand on effaie de trouver la hauteur à laquelle eft monté un corps lancé, ou la viteffe avec laquelle il a été lancé. Il fuffit dans ce cas d'écrire c aulieu de u dans la formule $\frac{u^2}{38}$ (§. 280).

284. Il n'y a que deux inconnues dans chacune des trois premieres formules, il fuffit qu'il y en ait une de donnée pour connoître l'autre. Mais dans les autres quatre formules, où il y a trois inconnues, il eft toujours néceffaire, que deux d'entr'elles foient données.

$608 = 4c - \frac{12}{2} \times 16$, c'eſt-à-dire, $c = 190$ pieds pour la viteſſe de la bombe au ſortir du mortier.

Pour avoir l'aſcenſion totale de la bombe & le tems qu'elle y emploie, on obſerve, que dans le mouvement uniformément retardé, quand le corps finit de monter, la viteſſe u devient zero (§. 280, 281); pourquoi faiſant les ſubſtitutions néceſſaires dans la ſixieme formule, on aura $o = 19c - 19t$, d'où $t = 10$ minutes ſecondes pour le tems total de l'aſcenſion. Finalement ſubſtituant cette valeur de t & celle de c dans la formule ſeptieme, on aura $s = 190 \times 10 - \frac{12}{2} \times 100 = 950$ pieds pour la hauteur totale, à laquelle la bombe eſt montée.

On pourra, en opérant de la maniere expliquée, réſoudre d'autres ſemblables problêmes.

CHAPITRE QUATRIEME.

Du mouvement variable en général.

288. Les mouvements, que la nature nous fait obſerver, ſont pour la plupart uniformes, ſelon des loix différentes. Cette obſervation prouve la néceſſité d'entrer dans une théorie générale de ce mouvement pour pouvoir réſoudre nombre de problêmes phyſico-méchaniques.

Si l'on entend bien la maniere, avec laquelle on a expliqué dans le chapitre précédent la production du mouvement uniformément accéléré & du

du mouvement uniformément retardé, on comprendra aisément, comment les mouvements inégalement accéléré & retardé viennent des pressions, qui varient entr'elles selon différentes proportions, & que ces pressions peuvent agir ou seules ou combinées avec quelque vitesse constante déjà communiquée au corps, ou combinée avec d'autres pressions ou résistances.

289. On aura donc dans tel mouvement varié que ce soit trois échelles sur la directrice des tems, c'est-à-dire, l'une des pressions, l'autre des vitesses, & la troisieme des espaces parcourus. En outre, puisque les pressions, qui produisent la vitesse des corps, sont inégales en tems égaux, la proportion de la vitesse au tems correspondant variera, ainsi l'échelle de la vitesse sur les tems sera nécessairement une courbe.

290. Puisque l'échelle des vitesses A B L sur les tems A F est (§. 289) la courbe des pressions, Pl. 7. F. 7. qui produisent cette vitesse, on n'en pourra avoir d'expression constante que pour le tems infiniment petit F K, dont le petit arc B L peut être considéré comme une ligne droite, & par conséquent tenir le mouvement, qui le concerne, pour uniformément accéléré ou uniformément retardé (§. 268, 277, 279).

Si on suppose le triangle caractéristique B H L décrit, ayant nommé l'abscisse A F = t, l'ordon-

née F B $= u$, on aura F K $=$ B H $= dt$, H L $= du$; & nommant p, la pression qui produit dans des tems égaux $d\,t$, des augmentations de viteſſe $d\,u$, on aura $\frac{du}{dt} = p$, pour la formule générale pour toute ſorte de mouvement variable ; on voit qu'elle n'eſt déduite d'aucune courbe particuliere.

On déduit enſuite deux autres théorêmes de cette formule:

1°. $du = p\,dt$.

2°. $dt = \frac{du}{p}$.

291. Si avec le ſecours de quelque expérience on vient à décrire une des trois échelles appartenantes à quelque mouvement variable, & qu'après avoir trouvé l'équation de cette échelle, on faſſe uſage des formules $u = \frac{ds}{dt}$ (§. 270), $p = \frac{du}{dt}$ (§. 290), on parviendra à connoître les autres échelles, & ce qu'elles contiennent de ce mouvement.

Si l'échelle trouvée par les expériences appartient aux eſpaces parcourus, & qu'on cherche l'échelle de la viteſſe correſpondante, qui donne enſuite celle des preſſions; ou bien ſi l'expérience ayant donné l'échelle de la viteſſe, on cherche uniquement celle des preſſions, (de tels problêmes ſe nomment *problêmes directs des forces*,) il faut toujours employer le calcul différentiel pour les réſoudre; mais ſi l'échelle connue eſt celle

des pressions, & qu'on en doive déduire l'échelle des vitesses, & ensuite celle des espaces parcourus; ou bien si l'expérience a donné l'échelle des vitesses, & qu'on doive trouver celle des espaces, on nommera ces problêmes, *problêmes inverses des forces*; on peut les résoudre par le calcul intégral.

292. Nous commencerons, pour servir d'exemple, à résoudre les problêmes directs des forces. Soit A B L l'échelle des espaces parcourus F B; K L = s, sur les tems A F, A K = t, dont l'équation soit $c^m s^n = t^{m+n}$, pour trouver l'équation appartenante à l'échelle des vitesses, on différenciera l'équation trouvée, & on aura Pl. 7. F. 16

$n c^m s^{n-1} ds = \overline{m+n}\, t^{m+n-1} dt$, & $\frac{ds}{dt} = \frac{\overline{m+n} \times t^{m+n-1}}{n c^m s^{n-1}}$; mais par la formule générale des espaces, des vitesses & des tems (§. 276), on a $u = \frac{ds}{dt}$, donc en confrontant les deux valeurs de $\frac{ds}{dt}$, on aura $u = \frac{\overline{m+n} \times t^{m+n-1}}{n c^m s^{n-1}}$, pour l'équation appartenante à l'échelle A B G des vitesses à construire, selon les regles connues des mathématiques transcendantes.

On pourra observer ici, que pour simplifier le second membre de l'équation trouvée, il suffira de multiplier la fraction par t, & on aura $u =$,

$\frac{\overline{m+n} \times t^{m+n}}{n c^m s^{n-1} t}$, & écrivant $c^m s^n$, aulieu de t^{m+n}, & corrigeant l'expression, on aura $u = \frac{\overline{m+n} \times s}{nt}$.

293. L'équation trouvée $u = \frac{\overline{m+n} \times s}{nt}$, ne peut servir à déduire l'échelle des pressions correspondantes, parce qu'elle contient trois variables. Il faut donc, pour y arriver, qu'après avoir décrit l'échelle A G H des vitesses, on en exprime l'équation, de façon qu'elle ne contienne que deux variables, c'est-à-dire, le tems & la vitesse, ce qui ne sera pas difficile, en suivant ce qui est enseigné dans les mathématiques transcendantes.

Supposons donc, que l'exécution donne $t^q = e^m u^n$: pour trouver l'échelle des pressions, on différenciera cette équation, & on aura $qt^{q-1} dt = ne^m u^{n-1} du$, & $\frac{du}{dt} = \frac{qt^{q-1}}{ne^m u^{n-1}}$, & confrontant cette valeur avec celle de la formule $\frac{du}{dt} = p$ (§. 290), qui traite de la vitesse, du tems & des pressions, nous aurons $p = \frac{qt^{q-1}}{ne^m u^{n-1}}$, équation qui appartient à l'échelle des pressions sur les tems; si on veut simplifier le second membre de cette équation, il suffira de multiplier la fraction par t, & écrivant $e^m u^n$, aulieu de t^q, & corrigeant l'expression, on aura $p = \frac{qu}{nt}$.

294. La méthode donnée pour résoudre les

problémes directs des forces est très-générale, & n'admet aucune exception ; c'est pourquoi nous passerons à la résolution des problêmes inverses, dans lesquels il faut, comme nous avons dit (§. 291), employer le calcul intégral.

Si l'échelle des pressions sur les tems est donnée, il peut se rencontrer deux cas.

Le premier cas a lieu, lorsqu'au commencement A du tems AF, la pression = p est quelque chose comme AR; c'est-à-dire, que l'échelle RI des pressions sur les tems passe hors du point A. Le mouvement variable peut dans ce cas commencer & poursuivre en vertu des seules pressions, d'où il suit qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter de constante en intégrant les équations. Pl. 7. F. 17

Le second cas se rencontre, lorsqu'au commencement A du tems AF, la pression est zero; c'est-à-dire, que l'échelle AB de ces pressions passe par le point A, il est nécessaire dans de pareilles circonstances d'ajouter, en intégrant cette équation, uue constante, qui exprime une vitesse imprimée au corps, sans laquelle le mouvement ne pourroit commencer; c'est-à-dire, que le mouvement dans ce cas est produit par la combinaison d'un mouvement uniforme avec un mouvement variable, selon la maniere expliquée (§. 276, 277, 279), pour la combinaison du mouvement uniforme, avec le mouvement uniformément accéléré.

La regle pour connoître, si on doit ajouter ou non une constante aux cas particuliers, & comment on doit s'y prendre, est celle qui est donnée dans les principes de mathématiques transcendantes; on la verra encore mieux dans la résolution des problêmes suivants.

295. Etant donnée l'équation $p = c - \sqrt{mt}$
Pl.7. pour l'échelle R I L des pressions F I, L K sur
F.18 les tems A F, A K, on cherche l'échelle des vitesses correspondantes A G H.

Supposant dans l'équation proposée $t = o$, on a $p = c = AR$; c'est-à-dire que cette équation appartient au premier cas (§. 294), d'où il suit qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter de constante en intégrant l'équation.

Si on prend la formule générale pour les pressions $\frac{du}{dt} = p$ (§. 290), & qu'on compare cette valeur de p avec celle proposée par l'équation, on a $\frac{du}{dt} = c - \sqrt{mt}$, $du = c\,dt - m^{\frac{1}{2}} t^{\frac{1}{2}}\, dt$, & intégrant, on aura $u = ct - \frac{2 m^{\frac{1}{2}} t^{\frac{3}{2}}}{3}$, pour l'équation cherchée de l'échelle A G H, des vitesses F G, K H.

Si l'équation donnée pour l'échelle des pressions sur les tems est $\frac{t^3}{m^2} = p$, comparant cette valeur de p avec celle de la formule générale (§. 290), on a $\frac{du}{dt} = \frac{t^3}{m^2}$, & $m^2\, du = t^3\, dt$, &

intégrant, on aura $m^2 u = \frac{t^4}{4}$ pour l'échelle des viteſſes, à laquelle il faudra ajouter une conſtante c = AK = FH, qui exprime la viteſſe communiquée au corps: parce que dans l'équation $\frac{t^3}{m^2} = p$, ſuppoſant $t = o$, on a auſſi $p = o$; c'eſt-à-dire, que cette équation appartient au ſecond cas du paragraphe précédent, puisque l'échelle AB, des preſſions B F, paſſe par le point A du commencement des tems; d'où il ſuit que le mouvement ne peut commencer, à moins qu'une autre force n'imprime une viteſſe au corps agiſſant: donc ſelon les regles du calcul intégral, on aura $u = c + \frac{t^4}{4m^2}$ pour l'échelle de viteſſe cherchée. Pl. 7. F. 19

296. Etant donnée l'équation $u^3 = m t^2$ pour l'échelle des viteſſes A B L ſur les tems A F, trouver l'équation pour l'échelle correſpondante A G H des eſpaces parcourus. On trouve dans l'équation donnée la valeur de $u = \sqrt[3]{m t^2}$, que l'on compare avec celle de la formule générale pour les viteſſes & pour les eſpaces parcourus $u = \frac{ds}{dt}$ (§. 270), on aura $\sqrt[3]{m t^2} = \frac{ds}{dt}$, & Pl. 7. F. 16

$m^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} dt = ds$, intégrant, on aura $s = \frac{3 m^{\frac{1}{3}} t^{\frac{5}{3}}}{5}$ pour l'équation cherchée, pour l'échelle A G H des eſpaces parcourus, qui n'exige l'addition

d'aucune conſtante, parce qu'au point A, commencement du tems A F ou la viteſſe du corps eſt zero, l'eſpace parcouru doit être auſſi zero.

Les exemples donnés des problêmes inverſes des forces, ſuffiront pour ſervir de regle pour en réſoudre d'autres de la même eſpece, il ne peut s'y rencontrer de différence, que dans le calcul, on en a déjà ſuffiſamment traité dans les principes de mathématiques transcendantes.

297. On a toujours marqué les tems dans les échelles, dont nous avons parlé juſqu'à préſent, ſur la direction des abſciſſes; mais il arrive dans bien des cas, qu'on doit marquer pour abſciſſes tantôt les viteſſes, & tantôt les eſpaces parcourus.

Si on réſout les problêmes inverſes des forces, pour déterminer la réſiſtance, que l'air ou d'autres ſemblables milieux oppoſent au mouvement d'un corps, on emploie en pareil cas les échelles, où les viteſſes ſont déſignées par les abſciſſes ſur la directrice. Mais comme on ne traitera point cette partie ailleurs, nous ne parlerons à préſent que des échelles, dans leſquelles les eſpaces parcourus ſont déſignés par les abſciſſes ſur la directrice. Ces échelles ſont d'un très-grand uſage pour la pratique, parce que les forces ſollicitantes dépendent le plus ſouvent du lieu, où ſe trouve le corps ſollicité.

L'échelle des viteſſes ſur les eſpaces étant donc

donnée, si on veut trouver celle des pressions correspondantes, ou au contraire, l'échelle des pressions sur les espaces étant donnée, si on veut trouver celle des vitesses, il est nécessaire de réduire les deux formules générales $u = \frac{ds}{dt}$, $p = \frac{du}{dt}$ en une seule, qui contienne l'espace, la vitesse & la pression. On a donc par la premiere de ces formules $dt = \frac{ds}{u}$, & substituant cette valeur de dt dans la seconde, on a $p = \frac{udu}{ds}$, formule générale pour résoudre tous les problêmes, dans lesquels les espaces parcourus sont marqués par les abscisses sur la directrice, & dans lesquels on traite des pressions & des vitesses produites par les mêmes pressions.

298. Faisons voir dans les deux exemples suivants l'usage de la formule $p = \frac{udu}{ds}$.

Si on a $u^2 = ms - s^2$, équation de l'échelle AGH des vitesses FG $= u$ sur les espaces AF $= s$, & qu'il s'agisse de trouver l'échelle correspondante des pressions RIL; on différencie l'équation $u^2 = ms - s^2$, & on aura $udu = \frac{mds}{2} - sds$, substituant cette valeur de udu dans la formule générale $p = \frac{udu}{ds}$, on aura $p = \frac{\frac{mds}{2} - sds}{ds} = \frac{m}{2} - s$, équation qui appartient à l'échelle RIL des pressions FI, LK, sur les espaces AF, AK.

Si l'équation $p = c + \sqrt[4]{m s^3}$ pour l'échelle AB
Pl.7. F.19 des pressions BF sur les espaces AF est donnée, & qu'on doive trouver l'équation pour l'échelle correspondante KG des vitesses HG, il suffira de comparer cette valeur de p avec celle de la formule générale $p = \frac{u\,d\,u}{d\,s}$, & on aura $\frac{u\,d\,u}{d\,s} = c + m^{\frac{1}{4}} s^{\frac{3}{4}}$, & $u\,d\,u = c\,d\,s + m^{\frac{1}{4}} s^{\frac{3}{4}}\,d\,s$; intégrant nous aurons $\frac{u^2}{2} = c\,s + \frac{4 m^{\frac{1}{4}} s^{\frac{7}{4}}}{7}$ pour l'équation de l'échelle HG des vitesses. Il ne faut point de constante à cette équation, parce que le mouvement commence en vertu de la vitesse constante c = AK = FG, communiquée au corps; mais si l'échelle des pressions passoit par le point K, alors il faudroit ajouter une constante à l'équation intégrée, pour que le mouvement pût commencer. Finalement il faudra appliquer à cette échelle tout ce qui a été dit (§. 294), de l'échelle des pressions sur les tems, & de la distinction des problêmes directs & inverses des forces (§. 291).

299. Si on intégre la formule $p\,d\,s = u\,d\,u$ (§. 297), on aura $\int p\,d\,s = \frac{u^2}{2}$, d'où l'on déduit ce théorême général.

Si un corps excité par les pressions AR, FI, KL, selon une loi quelconque désignée par l'é-
Pl.7. F.18 chelle BIL, parcourt les espaces AF, AK, les vitesses FG, KH, correspondantes à ces espaces

parcourus, feront dans la raifon foasdoublée des furfaces A R I F, A R L K, qui contiennent la fomme des preffions, en vertu desquelles le corps a parcouru les efpaces fusdits. Ce théorême eft d'un très-grand ufage dans la méchanique.

300. Il fera à propos, avant de paffer outre, de réfoudre une difficulté, qui pourroit fe préfenter aux commençants.

On a démontré depuis le §. 268 jufqu'au §. 297, que les viteffes font comme les arcs, qui expriment la fomme des preffions, enfuite le réfumé du paragraphe précédent donne les viteffes dans la raifon foasdoublée des aires, qui expriment la fomme des preffions; comment peut-il donc fe faire, que la viteffe produite par cette même fomme de preffions, foit proportionnelle à cette fomme & à la fousdoublée de la même fomme?

Cette contradiction n'eft point autrement apparente, & vient de la maniere dont on emploie la géométrie, pour exprimer le nombre & la fomme des preffions; on fuppofe dans cette application, que chaque preffion A R, F I &c. a une largeur infiniment petite exprimée par la fluente de la directrice A K; or cette fluente, comme nous avons dit ailleurs, eft conftante, quand on marque les tems fur la directrice A K; mais quand on y marque les efpaces, alors (*Princip. de mathem. transcend.*) la fluente *d s* de ces mêmes efpaces,

doit décroître selon que le mouvement sera accéléré ou retardé ; d'où il arrive, qu'après un tems fini, la surface engendrée, dont nous nous servons pour exprimer le nombre, est la somme des pressions au §. 299, & differe de celle, où les tems sont marqués sur la directrice.

Au reste la diversité marquée est en telle proportion, que si on prend les vitesses comme les aires dans l'échelle des pressions sur les tems, & les vitesses comme la sousdoublée des mêmes aires dans l'échelle des pressions sur les espaces, on a toujours le même résultat, étant évident par-là, que le même nombre & la même somme de pressions, qui agissent contre le même corps, doivent produire la même vitesse.

301. Après avoir donné la maniere de résoudre les problêmes du mouvement variable, lorsque ce mouvement est produit par la seule pression, ou par les pressions combinées avec quelque vitesse constante communiquée au corps, il reste à donner la regle à suivre dans la résolution des autres problêmes, dans lesquels le mouvement variable est produit par deux forces sollicitantes, qui agissent dans la même direction & du même côté, ou en sens opposé ; c'est la troisieme maniere, qui produit le mouvement variable (§. 288). Pour abréger, nous considérons le seul cas, où les espaces parcourus sont marqués sur la

directrice, parce qu'il sera aisé par tout ce que l'on dira & avec tout ce qui a été enseigné, d'en appliquer la théorie aux cas, dans lesquels les tems sont marqués sur la directrice.

Soit A K, la directrice de deux échelles, qui sont les pressions B D E, R I L, sur les espaces A F, A K, que le corps parcourt en vertu de ces pressions. Si ces pressions, qui agissent dans la même direction, agissent encore du même côté, la vitesse $= u$, qui résultera, sera la même que celle produite par la somme des pressions contenues dans les mêmes deux échelles (§. 276), d'où nous aurons au point F, selon le §. 299, la vitesse $u = \sqrt{ABDF + ARIF} = \sqrt{RBDI}$. Et au point K, $u = \sqrt{ABDEK + ARIKL} = \sqrt{RBEL}$. Pl. 7. F. 20

Si les pressions agissent sur la même direction, mais en sens opposé, la vitesse qui résultera sera la même que celle, qui est produite par la différence des pressions des deux échelles (§. 276), d'où on aura au point F (§. 299), la vitesse $u = \sqrt{ABDF - ARIF}$, & au point K, on aura $u = \sqrt{ABDEK - ARIKL}$.

302. On doit remarquer ici, que quand les pressions des deux échelles agissent du même côté, le mouvement est toujours accéléré; puisque la somme des pressions, qui le produit, va toujours en augmentant; mais si les pressions des deux échelles agissent en sens contraire, il peut

petites parties, ainsi, toute pression étant pour ainsi dire, employée à faire mouvoir sa petite partie de matiere, il en résulte nécessairement toujours la même vitesse, quelle que soit la masse du corps. Une piece d'or considérable & un peu de laine tombent avec une vitesse égale dans le vuide. Delà vient qu'on regarde ces pressions comme inhérentes à la matiere; mais si on traite des pressions, qui sont tout-à-fait étrangeres au corps, ou qui ne dépendent point du nombre des petites parties élémentaires, qui constituent le corps, telles que la force élastique, la résistance que l'air, l'eau &c. opposent aux corps, qui se meuvent dans ces milieux, il est nécessaire en pareil cas de faire attention à la masse du corps, pour pouvoir déterminer la vitesse, qui résulte de ces pressions.

Si on fixe l'extrêmité d'un ressort sur une table bien unie & horizontale, & qu'après l'avoir tendu, on applique un corps sphérique devant l'autre extrêmité, & qu'on lâche le ressort, sa détente accompagnera la sphere par sa pression pendant un trajet déterminé, & lui communiquera toujours du mouvement (§. 251, 255); mais la vitesse de la sphere, lorsque le ressort cessera de la pousser, diminuera à proportion de la grandeur de la masse de la sphere.

Il

Il ſe développera encore de ſemblables effets, ſi le reſſort pouſſe la ſphere de bas en haut.

Si on laiſſe tomber de la même hauteur à l'air libre une piece d'or & de la laine, quoique les preſſions de la peſanteur communiquent les mêmes viteſſes aux deux corps, néanmoins la réſiſtance de l'air faiſant plus d'effet contre la laine, décide la fin de la chûte beaucoup plus tard que celle de la piece d'or.

304. Pour exprimer en poids les preſſions d'un corps élaſtique ou d'un reſſort, on s'y prendra de la maniere ſuivante, ou d'une autre maniere équivalente.

Ayant appuyé une extrêmité C du reſſort C B D, contre un obſtacle ſolide, on le place de façon, que les deux extrêmités C, D, paſſent toujours Pl. 8. par la ligne d'à plomb C D; on charge enſuite F. 13 ſucceſſivement l'extrêmité D de différents poids; elle paſſera par les points N, O, Q, R, &c. qu'il faut marquer en même tems, que les poids correſpondants; delà on tire la directrice A K, ſur laquelle on détaille les parties A E = RQ, AF = RO, A G = R N, A K = R D. Ces diſtances marqueront les eſpaces parcourus par les extrêmités D du reſſort; des points A, E, F, G, K, on tire des perpendiculaires à la directrice, & on réduit tous les poids, qui ont contracté le reſſort en autant de corps cylindriques, qui ont la baſe du

diametre de la sphere, que l'on veut pousser avec le ressort. Soient supposés ces cylindres de la même matiere que la sphere, si l'on fait A H égal à la hauteur du cylindre, qui a contracté le ressort par son poids jusqu'en R, E L égale à la hauteur du cylindre, qui a contracté le ressort par son poids jusqu'en Q, F I égal à la hauteur du cylindre, qui a contracté le ressort en N, & qu'on tire une ligne par les points H, L, I, M, K, elle sera l'échelle des pressions cherchées sur les espaces A E, A F &c., au travers desquels le ressort poussera la sphere.

305. L'échelle des pressions sur les espaces étant décrite, il est nécessaire, pour trouver la vitesse, que le ressort est capable de communiquer à la sphere que l'on veut pousser, de comparer la vitesse produite par la pesanteur, avec celle que peut produire l'élasticité du ressort. Pour ce faire, on suppose la sphere, que l'on veut pousser avec le ressort, changée en un cylindre de même base que les autres, on marque la hauteur de ce cylindre, de A en x, & ayant tiré $x\,z$ parallele à la directrice A K, on aura $x\,z$ pour l'échelle des pressions constantes de la pesanteur sur les espaces parcourus A E, A F &c.

Nous aurons donc (§. 299), la vitesse produite par la somme des pressions A $x\,z$ K de la pesanteur, est à la vitesse produite par la somme des

pressions AHLIMK du ressort, comme $\sqrt{AK \times Ax}$ est à $\sqrt{AHLIMK}$; mais la vitesse que la pesanteur communique à la sphere, en tombant de la hauteur A K, s'exprime par $\sqrt{38S} = \sqrt{38AK}$ (§. 288), donc on aura $\sqrt{AK \times Ax} : \sqrt{AHLMIK} :: \sqrt{38AK} : \frac{\sqrt{38AK} \times \sqrt{AHLIMK}}{\sqrt{AK \times Ax}} = \frac{\sqrt{38AHLIMK}}{\sqrt{Ax}}$, vitesse que la sphere aura au point K, lorsqu'elle est poussée par le susdit ressort.

On exprimera en pieds toutes les surfaces ci-dessus, pour obtenir aussi la vitesse en pieds. Soit par exemple, A H = 24 pieds, A K = 3 pieds, A x = 2 pieds, & soit H L I M K une parabole Apollonienne avec le sommet K & l'arc K A, on aura la surface AHLIMK = 48 pieds, d'où substituant les nombres dans l'expression de la vitesse ci-dessus, nous aurons

$\frac{\sqrt{38AHLIMK}}{\sqrt{Ax}} = \frac{\sqrt{38 \times 48}}{\sqrt{2}} = 30\frac{1}{5}$ pieds environ, pour la vitesse communiquée par le ressort à la sphere au point K.

306. On a supposé dans la solution donnée (§. 305), que la sphere poussée par le ressort s'appuie & parcourt un plan horizontal A K, qui soutient par conséquent tout le poids de la sphere; mais si le ressort pousse la sphere dans une dire-

ction à plomb de haut en bas, alors la viteſſe de la ſphere ſera produite par les preſſions du reſſort & de la peſanteur (§. 276), d'où il faudra établir l'analogie ſuivante.

$$\sqrt{AK \times Ax} : \sqrt{AHLIMK + AKzx} :: \sqrt{38\,AK} : \frac{\sqrt{38\,AK} \times \sqrt{AHLIMK + AKzx}}{\sqrt{AK \times Ax}} =$$

$$\frac{\sqrt{38\,AHLIMK + 38\,AKzx}}{\sqrt{Ax}}$$ pour la viteſſe que la ſphere aura au point K, après avoir parcouru l'eſpace AK de haut en bas en vertu des deux forces ci-deſſus (§. 301).

Si le reſſort pouſſe la ſphere dans la direction à plomb; mais de bas en haut, alors oppoſant les preſſions continuelles de la peſanteur à celles du reſſort; l'expreſſion de la viteſſe au point K ſera (§. 301) $\frac{\sqrt{AHLIMK - 38\,AKzx}}{\sqrt{Ax}}$.

La viteſſe du point K, ne ſera pas dans ce cas la plus grande; mais elle correſpondra à l'eſpace AG, où l'on ſuppoſe la preſſion $GM = Ax = Gy$ (§. 302). Pour avoir donc la plus grande viteſſe, on établira l'analogie $\sqrt{AG \times Ax}$: $\sqrt{AHLIMG - AGyx} :: \sqrt{38\,AG} : \sqrt{38\,AG} \times$

$$\frac{\sqrt{AHLIMG - AGyx}}{\sqrt{AG \times Ax}} = \frac{\sqrt{38AHLIMG - 37AGyx}}{\sqrt{Ax}}$$

pour la viteſſe cherchée.

Les exemples, qu'on vient de donner, fourniront des indications suffisantes pour résoudre tous les problêmes de cette espece, dans lesquels on cherche la vitesse de flêches tirées avec un arc, ou de pierres chassées par la catapulte &c.

CHAPITRE CINQUIEME.

Du mouvement composé.

307. On a observé dans les deux chapitres précédents une espece de mouvement composé, que l'on peut considérer comme simple, quoique produit par deux forces, qui agissent dans la même direction.

La théorie du mouvement composé, dont nous traitons à présent, a pour objet les mouvements produits par deux ou plusieurs forces, qui agissent dans des directions obliques entr'elles. Si une force F agit contre le corps A dans la direction B A, & que dans le même tems une autre force G agisse contre le même corps dans la direction C A, qui avec l'autre B A forme l'angle B A C, le mouvement, qui en résulte, se nomme *composé* & l'angle B A C, se nomme *l'angle de direction.* Pl. 24 F. 8

308. Toute la théorie du mouvement composé se réduit aux deux problêmes suivants.

1°. Etant données les directions, les vitesses, & les espaces parcourus dans deux mouvements semblables, trouver la direction, la vitesse, & l'espace parcouru dans le mouvement composé.

2°. Etant données, la direction, la vitesse, & l'espace parcouru dans le mouvement composé, déterminer ces choses dans chacun des mouvements simples.

On nomme le premier problême, la *composition du mouvement*, & le second la *résolution du mouvement*.

309. On a vu (§. 276), que si un corps A est poussé dans le même tems par deux forces F, G, dans la même direction, qu'une d'elles puisse lui faire parcourir l'espace $= m$, dans le tems $= t$, & que l'autre force puisse lui faire parcourir dans le même tems l'espace $= n$; l'espace parcouru par ce corps sera $m \pm n$, selon que les forces agiront du même côté, ou en sens opposé.

On considere alors les deux forces agissantes suivant les directions B A, C A, de B vers A & de C vers A, qui forment l'angle B A C; dans ce cas le mouvement composé défini (§. 307) aura lieu, & le corps devra, pour obéir aux forces, se mouvoir dans une direction différente de celle qui est expliquée, & parcourir un espace moindre que $m + n$, & plus grand que $m - n$.

Pour commencer par le plus aisé, nous examinerons en premier lieu le *mouvement compo-*

sé uniforme, & nous passerons delà au *mouvement composé variable.*

310. Si une force F poussant dans le mouvement uniforme le corps A dans la direction B A, peut lui faire parcourir l'espace A L, dans le tems *t*, & qu'une autre force G poussant le même corps A dans la direction C A, puisse lui faire parcourir l'espace A H aussi dans le même tems, le corps qui obéit à ces deux forces, que l'on suppose agir dans le même tems, parcourra dans le tems *t*, l'espace A K, qui est la diagonale du parallélogramme A H K L décrit dans l'angle donné des directions H A L, & avec les côtés A H, A L, & cette diagonale donnera aussi la direction du mouvement composé. Pl. 8. F. 25

Pour le prouver, après avoir divisé un des espaces A H dans un nombre de parties égales A E, E I, I H, à volonté, on divise l'autre espace A L, en autant de parties égales A M, M N, N L, & achevant les parallélogrammes A E O M, A L Q N, on observe en premier lieu, que la construction donnant A E : E O : : A I : I Q : : A H : HK, & les droites E O, I Q, H K, étant paralleles entr'elles, A O Q K sera une ligne droite, qui servira de diagonale à ces parallélogrammes. On observe en second lieu, que quand le corps aura parcouru l'espace A E, en vertu de la force G, il devra avoir parcouru l'espace A M = F O en

vertu de la force F, & que le corps cédant en même tems à ces deux forces, ne pourra se trouver que dans l'endroit O; que quand le corps aura parcouru l'espace A I, en vertu de la force G, il devra avoir parcouru, en vertu de la force F, l'espace A N = I Q, & que cédant à ces deux forces en même tems, il ne pourra se trouver, que dans l'endroit Q. On dira la même chose du point K, & de tout autre point pris sur la diagonale A K. Donc &c.

Si on fait ensuite $AE = \frac{AH}{t} = u$, $AM = \frac{AL}{t} = V$ (§. 247), & qu'on acheve le parallélogramme A M O E, il sera le parallélogramme des vitesses, & sa diagonale exprimera la vitesse & la direction du mouvement composé.

Enfin si la droite B A exprime la direction & la valeur de la force F, & que la droite C A exprime la direction & la valeur de la force G, si on acheve le parallélogramme des forces, sa diagonale exprimera la direction & la valeur de la force composée, en vertu de laquelle le corps A parcourt l'espace A K dans le tems = t (§. 158, 160).

311. Il est aisé de comprendre par les constructions données (§. 160, 310):

1°. Que quand l'angle B A C des directions de forces diminue, les diagonales des parallélogrammes augmentent; de maniere que si les di-

rections des forces coïncident l'une sur l'autre, c'est-à-dire, si les deux forces ont la même direction & agissent du même côté, alors la force composée A D sera égale à la somme B A + C A de ces forces, la vitesse composée A O sera égale à la somme A M + M O des vitesses simples, & l'espace parcouru A K égalisera la somme A L+AH des espaces parcourus (§. 276.)

2°. Que quand l'angle B A C croît, les diagonales diminuent, de façon, que si B A tombe sur A H, c'est-à-dire, si les deux forces agissent dans la même direction C A H, mais en sens opposé; alors les trois diagonales A D, A O, A K, deviendront égales à la différence des deux côtés des parallélogrammes respectifs; d'où il suit, que si les deux côtés sont égaux, les différences susdites deviendront zero, c'est-à-dire, il n'y aura plus ni vitesse ni espace parcouru (§. 276).

312. Si les forces B, C, D, F imprimant un mouvement au corps A, chacune d'elles fait parcourir séparément au même corps & d'un mouvement semblable dans le tems $= t$, les espaces A E, A G, AH, A K, qui expriment aussi la direction de chaque mouvement, & qu'il s'agisse de trouver la direction & l'espace parcouru par le corps avec un mouvement composé dans le susdit tems $= t$, il faudra choisir deux espaces tels que A E, A G, & achever dans l'angle donné E A G, Pl. 8. F. 26

S 5

composition & la résolution du mouvement rectiligne uniforme, pourvu que la loi de variation dans les mouvements simples soit la même.

Si une force sollicitant continuellement le corps A, le fait mouvoir en ligne droite de A en D, de façon que le corps parcourre inégalement dans le premier tems = t, l'espace A B, dans le second tems l'espace B C, dans le troisieme tems l'espace C D &c., & si une autre force sollicitant le même corps de A vers H, lui fait parcourir dans le premier tems = t l'espace rectiligne A F, dans le second tems l'espace F G, dans le troisieme tems l'espace G H; & soit A B : A F : : B C : F G : : C D : G H, si on décrit dans l'angle D A H, les parallélogrammes A B L F, A C K G, A D M H, la ligne A L M K sera une droite, qui donnera la direction & l'espace inégalement parcouru par le mobile avec un mouvement composé, & selon la loi enseignée pour les deux mouvements simples.

Pl. 8. F. 28

Puisqu'on a par hypothese A B : B L : : A C : C K : : A D : D M, & que les lignes B L, C K, D M, sont paralleles à A H, la ligne A L K M sera droite de nécessité, & les parties A L, L K, K M, seront aussi dans la proportion de A B : B C : C D.

Et comme les conditions des deux mouvements simples, communiqués dans le même tems au corps A, sont remplies par la seule droite A M,

ainsi la diagonale AM du parallélogramme ADMH, exprimera la direction & l'espace rectiligne parcouru d'un mouvement inégal selon la loi des deux mouvements simples. Donc &c.

315. Pour avoir ensuite la vitesse composée du mouvement inégal A M, qui provient des deux mouvements simples A D, A H, il faut trouver d'abord l'équation par l'échelle des espaces parcourus sur les tems dans le mouvement inégal A D; soit par exemple, $S = t^p$: cette équation donne par les regles des chapitres précédents l'échelle des vitesses correspondantes $u = p t^{p-1} = \frac{pS}{t}$. On trouve aussi l'équation pour l'échelle des espaces parcourus sur les mêmes tems dans le mouvement A H, soit $q = n t^q$, q exprimant les espaces parcourus A G, A H &c. On a par cette équation celle des vitesses $V = p n t^{p-1} = \frac{pq}{t}$. Cela posé, si on veut trouver dans le mouvement composé A M, la vitesse au point M, il suffira de substituer dans l'équation $V = \frac{pq}{t}$, A H aulieu de q, & de marquer cette valeur $\frac{P \times AH}{t}$ de M en I, & substituant ensuite la valeur A D aulieu de S dans la formule $u = \frac{pS}{t} = \frac{S \times AD}{t}$, on fera $ME = \frac{S \times AD}{t}$, & achevant le parallélogramme M I R E dans l'angle donné D M H, sa diagonale R M donnera la direction & la vitesse composée du mouvement variable A M au point M. Pl. 8. F. 29

Si on vouloit trouver la vitesse du point K, il faudroit substituer dans les deux formules A G au lieu de q, A C au lieu de S, & agir comme dessus.

On doit remarquer, que R M étant donnée de position dans le cas présent, & R I étant parallele à E M, il suffira, après avoir trouvé la valeur de M I, de tirer du point I la parallele I R, qui déterminera la valeur de R M, & de M E.

316. La regle donnée (§. 313), pour résoudre en deux mouvements simples le mouvement rectiligne uniforme, considéré comme composé, sert encore pour la résolution d'un mouvement rectiligne variable quelconque. Pour en faire voir l'application au mouvement uniformément accéléré, produit par la pesanteur, supposons qu'un corps sphérique soit placé sur un plan horizontal; comme ce plan soutient toute l'action de la pesanteur, le corps restera dans un parfait repos; mais si le corps sphérique est placé sur le plan D B, incliné à l'horizon C B, alors comme le plan soutient seulement une partie du poids qui diminue, à mesure que l'angle D B C augmente, on dit dans ce cas, que le corps roulera d'autant plus vite que cet angle augmentera; & s'il devient droit, alors le corps tombera avec la plus grande vitesse que la pesanteur puisse lui communiquer; puisque le plan D B dans cette circonstance ne soutient aucune partie du poids du corps.

Pl. 8. F. 30

Pour déterminer la partie de la pesanteur, qui fait rouler le corps sphérique sur le plan DB, incliné à l'horizon CB par l'angle D B C du centre G de la sphere, on tire la ligne d'à plomb GKE; GK sera la direction dans laquelle la pesanteur agit, & en exprimera aussi la pression totale $= p$. On décompose cette force totale GK en deux, c'est-à-dire, avec la ligne GH perpendiculaire au plan D B, l'autre KH exprimera la partie de la pesanteur, qui fait rouler le corps sur la direction HK. On remarque alors que les triangles rectangles KBE, KGH sont semblables par la construction; on aura donc KB: KE: : GK: KH, c'est-à-dire, le sinus total est au sinus droit de l'angle KBE $= m$, comme la pression totale p de la pesanteur est à la pression HK $= \frac{mp}{\text{sin. tot.}}$, qui fait rouler le corps sur le plan incliné. Mais §. 283, on a $p = 19$ pieds, donc $\frac{mp}{\text{sin. tot.}} = \frac{19m}{\text{sin. tot.}}$.

317. La pression $\frac{19m}{\text{sin. tot.}}$ qui sollicite le corps à rouler sur le plan incliné, étant une quantité constante dans chaque cas particulier, il est évident, qu'elle produira le mouvement uniformément accéléré (§. 275).

Pour trouver ensuite dans ce mouvement l'espace parcouru, le tems & la vitesse, il faudra substituer à la premiere, seconde & troisieme formule du §. 182 $\frac{19m}{\text{sin. tot.}}$, aulieu de p, & on aura

1°. $u = \frac{19\,m\,t}{\text{sin. tot.}}$

2°. $S = \frac{19\,m\,t^2}{2\,\text{sin. tot.}}$

3°. $S = \frac{u^2 \times \text{sin. tot.}}{38\,m}$.

Supposons, pour servir d'exemple, que l'angle D B C, formé par l'horizontale B C avec le plan incliné B D, soit de 30 deniers, on aura $\frac{m}{\text{sin. tot.}} = \frac{1}{2}$, & supposant que le corps, en parcourant l'espace H B, ait employé dix minutes secondes, substituant ces nombres dans la premiere & seconde formule, on aura $u = \frac{19\,m\,t}{\text{sin. tot.}} = 19 \times \frac{1}{2} \times 10 = 95$ pieds pour la vitesse du corps au point B, $S = \frac{19\,m\,t^2}{2\,\text{sin. tot.}} = 19 \times \frac{1}{4} \times 100 = 475$ pieds pour l'espace parcouru H B dans le dit tems. Enfin si l'espace parcouru H B étoit donné de 171 pieds, & qu'il fallut trouver le tems employé & la vitesse, il suffiroit de substituer les valeurs données $S = 171$, $\frac{m}{\text{sin. tot.}} = \frac{1}{2}$ dans la premiere & troisieme formule, & on auroit $u = 57$, $t = 6$.

318. Prenant dans la troisieme formule du paragraphe précédent $u = \frac{\sqrt{38\,m\,S}}{\sqrt{\text{sin. tot.}}}$, si on prend le sinus total H B de l'angle D B C égal à l'espace parcouru S, le sinus droit m sera égal à la hauteur H C, & enfin effaçant dans l'expression

Pl. 8. F. 31

$u =$

$u=\frac{\sqrt{38\,m\,S}}{\sqrt{\text{fin. tot.}}}$, les deux quantités égales dessus & dessous, on aura $u=\sqrt{38\,m}$, c'est-à-dire, la vitesse du corps au point B, après avoir parcouru le plan incliné H B, est égale à la vitesse qu'il acquéreroit en tombant de la hauteur verticale HC (§. 283). C'est pourquoi, si on tire par le point H, H F parallele à B C, & qu'il y ait autant de plans qu'on voudra, F B, A B différemment inclinés, la vitesse que le corps aura au point B, après avoir parcouru les espaces A B, H B, F B, sera toujours la même & égale à $\sqrt{38\,HC}$.

319. Il suit de la proposition démontrée, que si un corps parcourt successivement, en vertu de la pesanteur, plusieurs plans A B, B C, C D &c. différemment inclinés à l'horizon A H, sa vitesse en D sera aussi égale à celle qu'il acquéreroit en tombant de la verticale H D: parce que les plans C B étant prolongés jusqu'en F, & D C jusqu'en G, la vitesse du corps, après avoir parcouru le plan A B, sera égale à celle qu'il auroit après avoir parcouru le plan F B partie de F C. Donc le corps étant arrivé en C, aura la même vitesse, qu'il auroit acquise après avoir parcouru le plan F C; & parce que cette vitesse est égale à celle que le corps acquéreroit en parcourant le plan G C, partie du plan G D, ainsi le corps étant arrivé en D, Pl. 4 F. 32

après avoir parcouru les plans AB, BC, CD, aura une viteſſe égale à celle qu'il acquéreroit en parcourant le plan GD; viteſſe qui s'exprime par $\sqrt{3 8 HD}$. Donc &c.

Puiſqu'on peut conſidérer les courbes comme des polygones d'un nombre infini de côtés, qui repréſentent autant de plans différemment inclinés, il s'enſuit que ſi un corps M deſcend le long de quelque courbe MN, la viteſſe de ce corps dans tel point N que ce ſoit, ſera égale à celle que le même corps acquéreroit en tombant de la verticale MP, cette hauteur étant déterminée par l'horizontale MP tirée du point N.

320. Si deux mouvements ſimples rectilignes, dont l'un ſoit uniforme & l'autre variable, ou bien qui ſoient tous les deux variables, mais ſelon une loi différente, produiſent un mouvement compoſé, il ſera toujours variable & curviligne.

Suppoſons, que le corps A, en ſe mouvant
Pl. 8. F. 33 dans la direction AD, en vertu d'une force, parcourt dans chaque tems $=t$, les eſpaces AB, BI, ID, égaux entr'eux ou inégaux, ſelon une loi quelconque, ou que le même corps ſe mouvant, en vertu d'une autre force dans la direction AG, parcourt dans chaque tems $=t$, les eſpaces AE, EF, FG, qui conſervent entr'eux une loi différente des eſpaces AB, BI, ID; le corps cédant à ces deux forces, parcourra d'un mouvement

composé l'espace curviligne A H K L, qui passe par les angles H, K, L, des parallélogrammes ABHE, AIKF, ADLG. Pour le démontrer, il suffit d'observer que les conditions des deux mouvements simples se trouvent seulement employées dans les angles susdits, d'où le corps excité par deux forces dans le même tems ne peut passer ailleurs; on observe en outre, que comme les proportions AB : AI : AD, sont par hypothese différentes des autres BH : IK : DL, la ligne A H K L doit nécessairement être courbe. Donc &c.

On déduit delà, que si en faisant disparoître le tems, on réduit en une seule équation les deux équations qui appartiennent aux échelles des espaces sur les mêmes tems d'un mouvement simple chaque ; cette équation exprimera la courbe AHKL, décrite d'un mouvement composé, & si, au contraire, l'équation à la courbe donnée est une équation qui appartienne à un des mouvements simples, substituant dans l'équation de la courbe, aulieu de l'espace parcouru, sa valeur donnée par le tems, on aura l'équation pour l'autre mouvement simple.

321. Pour avoir ensuite la vitesse dans le mouvement curviligne composé, on observe que, comme il a été démontré (§. 270), qu'on peut regarder comme une ligne droite l'arc d'une cour-

be quelconque correſpondant à un tems infiniment petit, & que tout mouvement curviligne quelconque peut dans cet inſtant être regardé comme rectiligne, il s'enſuit, que tout ce qui a été dit de la compoſition & réſolution des mouvements rectilignes uniformes & variables, pourra toujours s'appliquer aux mouvements curvilignes variables. Donc ſi des mouvements ſemblables A D, A G ſont donnés avec l'angle des directions D A G, & qu'on veuille trouver la viteſſe compoſée dans un point quelconque L de la courbe A H K L, il faudra trouver la viteſſe du mouvement ſimple A G (§. 315), & la porter de L en M parallélement à A D, & ayant tiré la droite N L, elle ſera la viteſſe compoſée, & la direction au point L du mouvement A H K L (§. 315).

On pourra encore trouver la viteſſe compoſée d'une autre maniere. Si après avoir marqué le point M de la maniere enſeignée, on tire indéfiniment M N, parallele à A D, & qu'enſuite on trouve la tangente L N à la courbe au point L, l'interſection des deux droites L N, M N, donnera la viteſſe compoſée L N, & la direction cherchée.

322. Appliquons les regles données (§. 320, 321) à quelque cas particulier. Suppoſons que le
Pl. 8. F. 34 corps A ſoit pouſſé d'un mouvement uniforme de A vers D, & que l'échelle des eſpaces $= q$ ſur

les tems $= t$ ſoit exprimée par l'équation $q = ct$, & que le même corps ſoit auſſi ſollicité à ſe mouvoir de A vers G d'un mouvement uniformément accéléré, exprimé par l'équation $S = p\,t^2$, des eſpaces $= S$ ſur les tems $= t$, & qu'on veuille avoir l'équation, qui appartient à l'eſpace parcouru d'un mouvement compoſé A N L, il ſuffira de ſubſtituer dans cette derniere équation au lieu de t, ſa valeur $\frac{q}{c}$ trouvée dans la premiere, & l'on aura $S = \frac{pq^2}{c^2}$ pour l'équation cherchée (§.320), qui, comme on voit, appartient à la parabole Apollonienne du parametre $\frac{c^2}{p}$ à décrire ſur la directrice A G, qui lui ſert de diametre ou d'axe, ſelon que la droite A D ſera inclinée ou rectangle avec A G. Si on décrit enſuite la parabole A R dans l'angle K A G, on aura la courbe qui ſeroit parcourue d'un mouvement compoſé par le corps A, s'il étoit pouſſé dans le mouvement uniforme de A vers K.

Pour avoir la viteſſe compoſée & la direction dans un point quelconque L de la parabole, après avoir achevé le parallélogramme A D G L, on trouve au moyen de l'équation $q = ct$, la viteſſe $= c$ que l'on porte de L en H : l'équation $S = pt^2$, donne auſſi la valeur de la viteſſe correſpondante $= 2pt$ que l'on porte de L en F, & on acheve le parallélogramme L F E H, ſa diagonale E L

ſera la direction & la viteſſe compoſée cherchée, qui appartient au point L de la courbe A N L (§. 321).

Suppoſons, que le corps A ſe meuve dans la direction A D d'un mouvement rectiligne retardé, exprimé par l'équation $q = c\,t - t^2$, dans lequel ajoutant q pour l'eſpace parcouru, t pour le tems, c pour une conſtante, le corps ſe meut dans le même tems ſuivant la direction A G d'un mouvement rectiligne accéléré, exprimé par l'équation $S = t^3$, dans laquelle S repréſente l'eſpace parcouru & t le tems, on aura $\sqrt[3]{S} = t$, ſubſtituant cette valeur de t dans la premiere équation, on aura $q = c\sqrt[3]{S} - \sqrt[3]{S^2}$, équation qui exprime la nature de la courbe A N L, parcourue d'un mouvement compoſé par le corps (§. 320).

Pour avoir la viteſſe compoſée au point L, après avoir décrit le parallélogramme A D G L, on trouve au moyen de l'équation $q = 2\,c\,t - t^2$, ſa viteſſe correſpondante $2\,c - 2\,t = u$ (§. 292), & on porte cette valeur de L en H ; ayant auſſi trouvé par l'équation $S = t^3$, la valeur $3\,t^2$ de la viteſſe correſpondante, on la porte de L en F, & achevant le parallélogramme L F E H, ſa diagonale E L ſera la direction & la viteſſe compoſée au point L de la courbe A L N.

323. La direction des forces ſimples eſt toujours la même dans le mouvement curviligne

compoſé, dont nous avons parlé juſqu'à préſent, d'où il ſuit que la courbe, qui exprime l'eſpace parcouru d'un mouvement compoſé, a toujours ſes ordonnées paralleles; mais ſi les directions des forces ſimples changent à chaque inſtant, la courbe, qui ſera décrite par le corps avec un mouvement compoſé, aura ſes ordonnées obliques.

Suppoſons, qu'un corps ſoit lancé avec une telle viteſſe dans la direction AB, qu'il puiſſe parcourir l'eſpace A B dans le tems = t, & que ce corps ſoit ſollicité dans le même tems à ſe mouvoir vers un point fixé K, par des preſſions, qui lui faſſent parcourir dans le tems t l'eſpace B E, le corps obéiſſant à ces deux forces en même tems, parcourra la diagonale AE d'un parallélogramme fait dans l'angle ABE avec deux droites données AB, BE (§. 310, 314), la diagonale A E exprimera donc la direction du corps, qui ſe meut d'un mouvement compoſé au point E: or ſi on prolonge cette diagonale vers D, le corps pourra, en vertu de la force, avec laquelle il eſt lancé, parcourir l'eſpace E D, & l'eſpace D L en vertu des preſſions directes vers K; le corps parcourra la diagonale E L, qui, prolongée vers I, décrira la diagonale L G & ainſi de ſuite, ſi L I exprime l'eſpace, que la force premiere peut faire parcourir au corps, & G I l'eſpace que les preſſions ci-deſſus peuvent dans le même tems Pl. 8. F. 35

faire parcourir au même corps. Or si on suppose ces diagonales infiniment petites, l'espace parcouru A E L G avec un mouvement composé sera une courbe, dont le point K sera le centre ou le pole, & la nature de cette courbe dépendra des loix, qui détermineront les deux forces simples.

Si la loi des deux forces simples est telle, qu'après avoir tiré les droites A K, E K, L K, G K, les aires A K E, E K L, L K G, comprises par les arcs A E, E L, L G, & par ces droites, soient proportionnelles aux tems, dans lesquels les arcs sont décrits, la courbe A E L G parcourue par le corps, sera un cercle ou une ellipse, dont le point K est le centre. Donc si B E indiquoit la force, avec laquelle le soleil attire une planete du premier genre, & A B la force & la direction, dans laquelle la planete a été lancée, si la combinaison de ces deux forces est telle, que les aires A K E, E K L, L K G, soient proportionnels aux tems, dans lesquels la planete décrit les parties correspondantes A E, E L, L G, de son orbite, il est clair que cette planete devra se mouvoir continuellement dans un cercle ou dans une ellipse, sans danger de tomber vers le centre K, ou de s'en éloigner, tant que la combinaison des deux forces égales ne sera point altérée par une troisieme force étrangere, telle que seroit le passage voisin d'un autre grand corps, qui troubleroit par son attraction la loi qu'on vient d'expliquer.

324. On nomme la force A B *force centrifuge*, parce qu'elle tend, par sa direction tangente à la courbe, à s'éloigner continuellement du centre K, & à s'échapper par la tangente. On nomme la force B E *force centripete*, parce qu'elle tire le corps vers le centre K. On nomme les deux forces combinées *forces centrales*.

Nous avons dans la pesanteur une preuve continuelle de la force centripete. La toupie que les enfans font tourner avec une corde, nous présente le phénomene de la force centrifuge, puisque la toupie se tient droite jusqu'à ce que la force centrifuge, qui lui est communiquée, soit tout-à-fait détruite par le frottement que son fer éprouve sur la terre.

Si on attache un seau plein d'eau à une corde, & qu'après avoir bien entortillé la corde, on laisse le seau en liberté; il commence aussitôt à tourner, & l'eau baisse vers le milieu, en vertu de la force centrifuge, & s'éleve vers les parois du vase, en se répandant précipitamment tout autour. Nous avons enfin une preuve familiere des forces centrales, en faisant tourner une pierre dans une fronde, parce qu'on sent la pierre devenir plus pesante, à mesure que la fronde tourne plus vite; & en effet si on lâche une des extrêmités de la fronde, la pierre est chassée plus loin, à proportion que la fronde tourne plus vite. La

résistance, que la fronde tendue oppose à la pierre, pour l'empêcher de s'échapper, en décrivant une courbe, exprime ensuite la force centripete.

325. La théorie des forces centrales embrasse nombre de propositions nécessaires pour résoudre les problêmes d'astronomie; mais comme notre objet n'est pas de traiter cette partie de la dynamique, dont les branches sont si étendues, nous ne nous engagerons pas dans cette matiere, reservant à faire voir dans une autre occasion, lorsque nous traiterons des machines de méchanique, comment on peut appliquer avec avantage pour la pratique, la force centrale à quelqu'une d'entr'elles.

CHAPITRE SIXIEME.

De la Balistique.

326. La *Balistique* communément dite *le jet des bombes*, est la science, qui traite des corps projettés dans une direction différente de la ligne d'à plomb.

Un corps peut être lancé par des forces différentes & de différentes manieres, par exemple, avec la main, avec une fronde, avec un arc, une catapulte, une arme à feu & autres semblables.

Quelle que soit la force ou la maniere, dont le

corps est lancé, il commence à décrire le mouvement composé au moment que la force mouvante l'abandonne, & poursuit ainsi pendant un certain trajet, décrivant une courbe, que l'on nomme la *trajectoire*.

Un des mouvements simples, qui forme cette courbe, est communiqué au corps par la force mouvante, qu'on nomme *mouvement d'impulsion*.

L'autre mouvement simple est produit par la pesanteur, qui fait décliner le corps continuellement de la direction dans laquelle il est lancé.

327. Le mouvement simple d'impulsion, qui sert à décrire la trajectoire, est uniforme de sa nature, & celui qui est produit par la pesanteur est uniformément accéléré, comme il est suffisamment démontré par ce qui a été enseigné dans les chapitres précédents; mais il arrive dans bien des cas, qu'un ou deux de ces mouvements simples cités deviennent sensiblement variables par la résistance que l'air oppose à la projection. Delà vient qu'il se trouve des trajectoires de différentes especes.

328. On peut réduire à quatre especes, les trajectoires décrits par les corps projettés dans l'artillerie.

On comprend dans la premiere espece ceux, auxquels la résistance de l'air est insensible, ou fait peu d'effets, comme aux boulets de canon tirés

des batteries de ricochets avec de très-petites charges, aux globes chassés par les mortiers pour éprouver la poudre, & à tous les autres projectiles de grand calibre & très-denses, qui ont, en sortant de l'arme, une vitesse moindre de 60 pieds.

On comprend dans la seconde espece les trajectoires, sur lesquelles la résistance de l'air est très-sensible dans le mouvement d'impulsion ; mais où le mouvement produit par la pesanteur est nul, ou de peu d'effet. Les boulets de canon de 32 livres chassés avec des charges de guerre ordinaires à des distances moindres de 250 pas doubles des pas géométriques, & les balles de fusils tirées à des distances moindres, que 120 de ces grands pas, décrivent cette espece de trajectoire.

On comprend dans la troisieme espece les trajectoires, sur lesquelles l'air résiste d'une maniere sensible seulement dans le mouvement produit par la pesanteur, parce que le corps étant chassé avec une vitesse très-petite, doit ensuite tomber très-bas. Ce cas arrive rarement dans les projectiles de l'artillerie.

Enfin on a la quatrieme espece de trajectoires, lorsque la vitesse dans le mouvement d'impulsion, & l'espace parcouru par la pesanteur sont considérables, comme dans le jet des bombes, & dans les canons tirés sous de grandes élévations & à des distances remarquables du but ; parce que le mou-

vement uniforme d'impulſion & le mouvement uniformément accéléré de la peſanteur ſont très-altérés dans de ſemblables cas, & deviennent variables par la grande réſiſtance de l'air.

329. La connoiſſance des mouvements ſimples, qui compoſent la trajectoire, eſt néceſſaire pour réſoudre les problêmes de baliſtique.

On peut réduire tous les problêmes de baliſtique à deux ſeules eſpeces; on comprend dans la premiere ceux, dans lesquels on eſſaie de déterminer la force & la direction, avec lesquelles il faut tirer les armes à feu pour frapper au but propoſé; & au contraire. On place dans la ſeconde eſpece les autres problêmes, dont la ſolution détermine la force, avec laquelle le projectile choque le but, & les effets qu'il y produit.

Les problêmes de la premiere eſpece ſont l'objet de ce chapitre, on traitera de ceux de la ſeconde eſpece dans le chapitre ſuivant.

330. Si on tire par le point A une arme dans la PL. 8.
direction A D, & que la balle, après avoir décrit F. 26
la trajectoire A E B, frappe le but en B, & que l'on faſſe paſſer par ce point une ligne d'à plomb B D, on nomme cette ligne, *ligne de chûte*, la droite A D, *ligne de projection*, & la droite A B interceptée entre l'arme & le point du but frappé, *longueur du tir*.

331. On nomme *viteſſe initiale*, la viteſſe vir-

tuelle, que le corps a acquis dans le mouvement d'impulsion A D, au moment qu'il cesse d'être poussé par la force mouvante. On peut exprimer cette vitesse, quelle que soit la cause qui la produit, par $\sqrt{38 S}$, qui est la vitesse $= u$, que le corps a acquis en tombant d'une hauteur $= S$ (§. 283). Tant que cette vitesse est la même dans les projectiles égaux, nous sommes certains que la force mouvante est aussi la même, puisque l'une est l'effet de l'autre.

Pour appliquer la théorie des projectiles aux boulets & aux bombes chassés par les armes à feu, il est nécessaire de supposer, que toutes les fois qu'une arme est chargée de la même maniere, elle communique toujours la même vitesse initiale aux corps égaux qu'elle chasse dehors, quoique l'on tire les armes sous des élévations différentes.

On démontre dans l'*Examen de la poudre*, que cette supposition a lieu seulement dans quelques cas, étant dans beaucoup d'autres contraire à la vérité; & on ajoute aussi les causes de ces changements.

332. Comme la résistance de l'air est insensible dans la trajectoire de la premiere espece, il s'ensuit que cette courbe est composée du mouvement d'impulsion, & du mouvement uniformément accéléré de la pesanteur (§. 322). Donc l'équation des espaces $= q$, parcourus sur les tems,

sera dans le premier mouvement $q = ct$ (§. 269), & celle des espaces = S, parcourus sur les tems par la pesanteur, sera $S = \frac{19t^2}{2}$ (§. 283). Cela présupposé, nous résoudrons les problêmes suivants :

Ayant tiré de l'endroit A une piece d'artillerie dans la direction A D, qui forme avec l'horizontale A B, l'angle de 45 degrés, & connoissant la longueur A B du tir, on cherche la vitesse initiale C de la balle.

On tire du point B la ligne d'à plomb B D, l'on aura le triangle isoscelle A B D rectangle en B, dans lequel le côté A D exprime l'espace parcouru dans le mouvement d'impulsion, & le côté D B parcouru par la pesanteur dans le même tems ; & comme A B est connu, son égale B D le sera aussi, & l'hypothénuse $AD = BD\sqrt{2}$; mais l'espace parcouru $AD = q$ dans le mouvement uniforme s'exprime par ct, & l'espace B D parcouru dans le même tems par la pesanteur, s'exprime par $\frac{19t^2}{2}$; donc on aura $AD = BD\sqrt{2} = ct$, $DB = \frac{19t^2}{2}$; & comme on n'a dans la seconde équation que l'inconnue t, ainsi ayant trouvé la valeur de $t = \sqrt{\frac{2}{19}BD}$, & substituant dans la premiere équation $BD\sqrt{2} = ct$, on aura $BD\sqrt{2} = c\sqrt{\frac{2}{19}BD}$, donc $c = \sqrt{19BD} = \sqrt{19AB}$ quantité connue.

Si la vitesse initiale c étoit donnée à l'élévation

de 45 degrés, & qu'on voulût trouver la longueur A B du tir, en se servant de l'équation $c = \sqrt{19\, AB}$, on auroit $AB = \frac{c^2}{19}$.

333. Etant donné l'angle D A F, formé par l'horizontale A F, & par la direction A D, dans laquelle on a tiré la piece de l'endroit A, & étant donné le point B, que la balle a frappée hors de l'horizon A F, trouver la vitesse initiale de la balle $= c$.

Pl. 8. F. 37

On tire par le point B la ligne d'à plomb D B F, l'on aura le triangle A D B, avec les angles D A B, D B A connus, & comme la longueur du tir est aussi donnée, les côtés A D, B D seront aussi connus par la trigonométrie; nous aurons donc la ligne de chûte $BD = S = \frac{19 \cdot t^2}{2}$, d'où l'on aura $t = \sqrt{\frac{2}{19} BD}$, & substituant cette valeur de t, dans l'équation du mouvement uniforme $AD = ct$, on aura $AD = c\sqrt{\frac{2}{19} BD}$, & ainsi $c = \frac{AD}{\sqrt{\frac{2}{19} BD}}$ pour la vitesse initiale cherchée.

334. Etant donnée la vitesse initiale $= c$ & l'angle D A B, fait par la direction A D de la piece avec le plan A B horizontal ou incliné, on cherche le point B, où le plan sera frappé.

Pl. 8. F. 38

Du point A on coupe sur A D, la partie $AE = c$, & on tire par le point E, la ligne d'à plomb E G, si l'on suppose que la balle frappe le point B, la ligne

ligne d'à plomb B D ſera parallele à E G, on aura donc les triangles E A G, D A B ſemblables, les trois angles & le côté A E du premier étant connus, le côté E G = *m* ſera par conſéquent auſſi connu. C'eſt pourquoi, on aura $c : m :: AD : DB$; mais $AD = q = ct$ (§. 332), donc on aura $DB = mt$, & parce que la ligne de chûte $DB = S$, s'exprime auſſi par $\frac{19t^2}{2}$, ainſi on aura $\frac{19t^2}{2} = mt$, & $t = \frac{2m}{19}$; cette valeur de t étant connue & ſubſtituant dans les équations reſpectives $AD = ct$, $DB = \frac{19t^2}{2}$, on connoîtra les valeurs de A D, D B, & par conſéquent le point B, que la balle frappera, ſera connu.

335. On veut de l'endroit A, & avec la charge que donne la viteſſe initiale = c, frapper au but B, ſitué au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon A F, on cherche par quelle direction A D on doit tirer la piece. Pl. 8. F 37.

On tire du point B la ligne d'à plomb B D, & l'on ſuppoſe que A D eſt la direction cherchée; comme l'angle B A F & le côté A B ſont connus, ainſi les côtés A F, B F, du triangle rectangle B F A ſont connus. On nomme $AF = m$, $BF = n$; puiſque la ligne de chûte $BD = S = \frac{19t^2}{2}$, & que l'eſpace parcouru dans le mouvement d'impulſion $AD = q = ct$, on aura $DF =$

$\frac{19t^2}{2} \pm n$, selon que le point B sera dessous ou dessus le point F. Or on observe que dans le triangle rectangle A F D, on a $\overline{AD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{DF}^2$, & substituant les valeurs analytiques, on aura $c^2 t^2 = m^2 + \frac{361 t^4}{4} \quad 19 n t^2 + n^2$ équation du quatrieme degré, qui dérive de la seconde, dans laquelle, quand le quarré de la moitié du coëfficient de t^2 sera moindre que $\frac{4m^2 + 4n^2}{361}$, ce sera une preuve certaine, qu'il est impossible de frapper le but avec cette charge, parce qu'elle est trop foible.

S'il arrive que le point B se confonde avec le point F, c'est-à-dire, que le but soit dans le même horizon que la piece, alors la valeur de n devenant zero, tous les termes, dans lesquels elle se trouve, disparoîtront, & l'équation susdite deviendra $t^4 - \frac{c^2 t^2}{361} = -\frac{m^2}{361}$.

Retrouvant ensuite la valeur de t dans les cas expliqués, on aura facilement celles de B D & de A D, d'où l'on connoîtra la direction cherchée.

336. Lorsqu'on examine plus particuliérement les solutions des problêmes (§. 332, 333, 334,
Pl.8. F.39 335), on trouve, en supposant que A B indique l'horizon sur laquelle l'arme est placée, & qu'on emploie toujours la même charge :

1°. Que la portée la plus longue est à l'élévation A D de 45 degrés.

2°. Que les portées deviennent plus courtes, à mesure que l'angle d'élévation s'éloigne le plus de 45 degrés.

3°. Que les élévations AH, AK, également distantes de l'angle demi-droit DAB par un angle quelconque HAD = KAD, donnent la même longueur de portée AL, & que toute la différence, qui se rencontre dans les deux portées, consiste en ce que la trajectoire AEL, correspondante au plus grand angle HAL, devient plus haute & plus courbe que l'autre AOL, qui répond au moindre angle KAL.

4°. Que la vitesse composée d'une trajectoire quelconque dans l'endroit où elle coupe l'horizon AB, est toujours égale à la vitesse initiale.

5°. Que la vitesse composée est moindre que la vitesse initiale, & diminue d'autant plus, à mesure qu'on cherche le point le plus voisin du sommet de la trajectoire, qui donne la vitesse moindre, & au contraire la vitesse composée est plus grande que la vitesse initiale au-dessous de l'horizon AB, & l'excès croît à mesure que le point de la trajectoire est plus grand au-dessous du même horizon.

6°. Enfin, si du point A on éleve AM perpendiculaire à l'horizon AB, & qu'ayant fait AG = AB, on décrive du centre G la demi-circonférence ADM, on la nommera la courbe de pro-

jection toutes les fois que l'arme & le but feront fur le même horizon. Si on propofe au moyen de cette courbe de tirer du point A au but L, fitué fur l'horizon AB, il fuffit, pour avoir la direction dans laquelle l'on doît tirer le mortier, d'élever la perpendiculaire L H, & par les points H, K, d'interfection, les droites H A, K A, qui feront les directions cherchées dans lesquelles l'arme tirée de l'endroit A frappera au but L. Si enfuite la direction A K eft donnée, & qu'on veuille trouver le point, duquel la bombe chaffée de la batterie A, rencontrera l'horizon A B, il fuffit de tirer K L perpendiculaire à A B, & L fera le point cherché. Il eft clair, que les points qui exiftent au-delà de B vers N, ne peuvent plus être frappés par la charge que donne la même portée A B.

337. Si enfuite le but B eft fitué au-deffus ou
Pl. 8. au-deffous de l'horizon A F, où fe trouve la piece
F. 40 d'artillerie, dans ce cas

1°. La plus longue portée a un angle plus grand que 45 degrés, fi le but eft au-deffus de l'horizon, & un angle moindre que 45 degrés fi le but eft au-deffous.

2°. L'angle donné par la plus grande portée s'éloigne confidérablement du demi-droit, à mefure que l'angle B A F formé par le plan du but A B & de l'horizon A F augmente.

3°. On obtient bien fous deux élévations dif-

férentes les portées plus courtes que la plus grande; mais elles ne ſont plus également diſtantes de l'angle demi-droit.

4°. La courbe de projection eſt dans ce cas une portion de circonférence plus grande que le demi-cercle, quand le but ſe trouve au-deſſous de l'horizon A F; & eſt moindre que le demi-cercle, quand le but eſt au-deſſus de l'horizon.

338. Si on tire par le point A, où l'arme eſt placée, une ligne d'à plomb A L, & que par un point quelconque B de la trajectoire parabolique A K B, on faſſe paſſer une autre ligne d'à plomb B D, & qu'on tire B L parallele à la direction du tir A D; on aura A D = L B pour l'ordonnée, B D = A L pour l'abſciſſe correſpondante du diametre A L, nous aurons donc $\frac{\overline{AD}^2}{BD}$ égale au parametre de la parabole tel que ſoit l'angle D A L. Pl. 9. F. 41
Mais $AD = ct$, $BD = \frac{19t^2}{2}$; c'eſt pourquoi ſubſtituant ces valeurs, on aura $\frac{\overline{AD}^2}{BD} = \frac{c^2t^2}{\frac{19t^2}{2}} = \frac{2c^2}{19}$ parametre de toutes les paraboles décrites dans l'angle quelconque D A L du projectile, lorsqu'il eſt chaſſé avec la viteſſe conſtante initiale $= c$. Donc ſi on prend la quatrieme partie de $\frac{2c^2}{19}$, c'eſt-à-dire $\frac{c^2}{38}$, & que de cet intervalle & du cen-

tre A, on décrive le cercle M N Q O, il fera le lieu géométrique, dans lequel fe trouveront tous les foyers des paraboles enfeignées.

Si on nomme S la quatrieme partie du parametre, nous aurons $S = \frac{c^2}{38}$, & $\sqrt{38 S} = c$; mais le mouvement uniformément accéléré donne $\sqrt{38 S} = u$ (§. 283); on dira donc que la viteffe initiale c, communiquée par la poudre enflammée, ou par une autre force, au corps projetté, eft égale à la viteffe que le même corps acquerroit en tombant librement d'une hauteur égale à la quatrieme partie du parametre de toutes les paraboles, que l'on peut décrire avec la viteffe initiale c, dans quelque direction que le corps foit lancé (§. 331).

339. La trajectoire parabolique, dont nous avons parlé jufqu'à préfent, n'a lieu dans les projectiles de l'artillerie, que quand leur mouvement eft lent (§. 328); mais fi le mouvement eft rapide, comme il arrive aux balles & bombes chaffées par les armes à feu refpectives avec des charges de guerre ordinaires, la réfiftance que l'air oppofe dans ce cas à ces projectiles eft très-grande, ainfi on ne peut employer la théorie, dans laquelle on fuppofe la réfiftance de l'air infenfible, fans commettre des erreurs très-confidérables. La théorie des projectiles dans le vuide ne méritoit certainement pas des traités fi prolixes & fi

répétés, tels que ceux qui ont été imprimés avec la présomption qu'elle feroit fi utile dans l'artillerie pratique.

La feule obfervation, que, lorsqu'on tire une piece d'artillerie près du but, la balle s'enfonce très-profondement, & que cette profondeur diminue, à mefure que la même piece fe tire plus loin du même but, jufqu'au point de n'y pouvoir plus pénétrer, fi la diftance eft très grande; cette feule obfervation, dis-je, fuffifoit pour faire connoître à un chacun, que la réfiftance de l'air contre les projectiles, détruit fucceffivement des parties fenfibles de leur mouvement.

340. De quelque efpece que foit la trajectoire que décrit un projectile, il eft toujours néceffaire de recourir à l'expérience pour pouvoir la détailler, & pour connoître fa nature; ces expériences mettant à même d'obtenir quelque échelle des efpaces parcourus, ou des viteffes ou des preffions (§. 258, 259, 260), qui puiffent faire avoir les autres échelles dans chaque mouvement fimple, enforte que l'on ait auffi la trajectoire (chapitre 4e & 5e). On voit donc qu'on peut employer deux méthodes pour connoitre la trajectoire des mouvements, qui la compofent & de tout ce qui y a rapport. L'une de ces méthodes eft la réfolution des problêmes directs, & l'autre celle des problêmes inverfes des forces.

La majeure partie des écrivains a employé jusqu'à présent la seconde méthode en traitant des trajectoires de la seconde & quatrieme espece (328.) Mais nous emploierons ici les problêmes directs, reservant aussi à traiter des problêmes inverses à la fin de l'hydrostatique.

On trouve dans l'*Examen de la poudre* différentes manieres de faire les expériences, pour trouver quelqu'une des échelles citées. Il suffira de supposer, quant à présent, que les échelles des espaces parcourus sur les tems dans chaque mouvement simple sont déjà connues.

341. Si on a donc l'équation $q = ct - \frac{ct^2}{n}$ des espaces parcourus sur les tems, dans le mouvement d'impulsion retardé $= q$, & l'équation $S = \frac{19t^2}{2} - \frac{m}{t}$ pour le mouvement de la pesanteur inégalement accéléré, on pourra avec ces équations, où les lettres m, n, sont données par les expériences désignées (§. 340), résoudre les problêmes des §. 332, 333, &c. en se servant pour cela de la méthode, qui y est détaillée. Si on tire, par exemple, une arme de l'endroit A, dans la direction AD, & que la balle ait frappé au point
Pl.8. F.36 B, on cherche la vitesse initiale $= c$.

Supposé que l'on tire par le point B la ligne d'à plomb BD, & soient donnés de position les points A, B, & la direction AD, les angles ABD, DAB, & la longueur AB du tir seront connus,

on connoîtra par la trigonométrie les deux autres côtés A D, B D ; donc nous aurons $q = c\,t - \frac{c\,t^2}{n} = \mathrm{AD}$, $\mathrm{S} = \frac{19\,t^2}{2} - \frac{m}{t} = \mathrm{BD}$, & parce qu'il n'y a dans cette feconde équation, que t d'inconnue, donc trouvant fa valeur, on fubftituera dans la premiere équation $\mathrm{AD} = c\,t - \frac{c\,t^2}{n}$ avec laquelle on aura la valeur de la viteffe initiale cherchée $= c$.

342. Procédant avec la même méthode, on réfoudra les autres problêmes de baliftique de la premiere efpece, il ne peut plus s'y rencontrer aucune difficulté que l'on n'ait fur le champ les deux équations pour les mouvements, qui compofent la trajectoire, & enfuite les équations, qui appartiennent aux courbes algébriques, transcendantes ou organiques.

Ces équations cependant ne fervent que pour les projectiles égaux à ceux qu'on emploie dans les expériences défignées (§. 340); mais comme on peut les généralifer, pour les appliquer à un corps projetté quelconque, on les examinera à la fin de l'hydroftatique.

343. Pour avoir enfin la direction & la viteffe compofée, avec laquelle le projectile choque le but, il fuffira d'opérer avec les équations pour les mouvements fimples de la maniere enfeignée (§. 321.)

Cette connoissance est indispensable pour déterminer la force, avec laquelle les boulets & les bombes frappent le but.

344. Lorsqu'on examine la figure & le chemin que fait une trajectoire de la seconde & quatrieme espece A F B G D, dont la droite A D repré-
Pl. 9. F. 42
sente l'horizon, & A l'endroit où la piece se trouve.

1°. La plus grande hauteur H B, est plus proche du point D, que du point A :

2°. La partie B G D est plus courbe que l'autre A F B.

3°. Si la courbe de la seconde espece peut se continuer pendant un trajet assez long, pour qu'il y ait en K une vallée très-profonde, le projectile dans ce cas atteint le point K, où le mouvement d'impulsion se trouvant sensiblement détruit, décrit une ligne d'à plomb, & si le corps est peu dense, la ligne d'à plomb ou partie de cette ligne sera aussi parcourue d'un mouvement uniforme à la fin de la chûte.

Si on lance une vessie enflée dans les circonstances marquées, on y observera les phénomenes, qu'on vient de décrire.

345. Quand on examine plus particuliérement les solutions des problêmes de balistique de la premiere espece, lorsque l'air résiste sensiblement contre le projectile, on trouve quand le corps

projetté choque dans le même horizon A B que la piece: Pl. 9. F. 43

1°. Que la plus longue portée AB, donne un angle d'élévation D A B beaucoup au-dessous de 45 degrés, à mesure que la résistance de l'air fait plus d'effet.

2°. Que les portées deviennent plus courtes, à mesure qu'elles s'éloignent de l'angle D A B, qui donne la plus grande.

3°. Que les angles d'élévation H A L, K A L, dans lesquels il se rencontre la même longueur de portée A L, ne sont plus également distants de l'angle D A B; mais on trouve que l'angle H A D est moindre que l'angle D A K.

4°. Que la vitesse composée dans chaque point des trajectoires, telles que A E L, diminue à mesure qu'elle va de l'endroit A vers un point E de la même courbe plus élevé, où elle a la moindre vitesse composée, après quoi elle augmente de nouveau; mais n'égalise point la vitesse initiale, si ce n'est sous l'horizon A B, qui s'en éloigne beaucoup plus à proportion, que la résistance de l'air augmente.

5°. Enfin, si par les points K, D, H, N, où les directions de l'arme se coupent avec les lignes respectives de chûte, & par le point A, on fait passer une ligne A K D H N M, elle sera la courbe des projections, dont la figure differe beau-

coup du cercle d'Euclide APHRM; puisque la portion M N H tombe toute dans le cercle, & l'autre portion H D K A tombe toute dehors, & s'en éloigne confidérablement, à mefure que la réfiftance de l'air fait plus d'effet contre le projectile.

346. Nous terminerons ce chapitre par faire obferver, que quand on applique à la pratique la théorie, qu'on vient de citer, il arrive fréquemment des difparates fenfibles : les caufes en font nombreufes; mais nous nous contenterons d'en citer pour le moment quelques-unes des principales.

1°. Les erreurs, qui fe commettent facilement en chargeant l'arme d'un tir à l'autre.

2°. Le recul ou autre mouvement irrégulier de la piece pendant que le boulet en parcourt le dedans, d'où elle fort enfuite avec une direction différente de la ligne de mire, & particuliérement, quand on emploie de fortes charges.

3°. Dans la néceffité où l'on eft de donner du vent aux boulets & aux bombes, pour pouvoir les mettre dans les pieces; il arrive fouvent, qu'ils commencent à parcourir l'ame de la piece d'un mouvement oblique, ce qui fait que le tir fort enfuite dérangé.

4°. On obferve en outre, que la trajectoire d'une bombe n'eft pas toujours une courbe réguliere exiftante dans un même plan; mais que

ces corps ſouvent, après avoir parcouru un plan pendant un certain trajet, ſe tournent à droite ou à gauche, en décrivant une courbe à double & triple courbure, & qu'ils décrivent d'autres fois par leur centre une eſpece d'épicicloïde.

5°. Il convient enfin d'ajouter, que quoiqu'on ſache aſſigner les cauſes, qui produiſent les déviations déſignées, & qu'il ſoit poſſible d'en prévenir beaucoup, il faut néanmoins employer tant de prudence & d'activité, en appliquant la théorie des projectiles de l'artillerie à la pratique, & il faut tant de précautions, pour éclaircir le nombre de déſordres, que ce n'eſt pas peu, ſi tous ces obſtacles peuvent être ſurmontés par ceux qui faiſant les expériences à leur aiſe, ſavent amalgamer la théorie avec la pratique.

CHAPITRE SEPTIEME.

Du choc des corps.

347. Il y a dans tous les corps en mouvement un point, autour duquel les forces des éléments des corps ſont en équilibre entr'elles. Delà vient, que quand un corps en mouvement frappe un autre corps par ce point, il le choque par ſa force entiere, puiſque le corps paſſif doit dans ce cas ſoutenir toute l'action du corps, qui frappe. On nomme ce point *centre de percuſſion.*

348. Si le corps se meut parallélement à lui-même, ou qu'il décrive une trajectoire par son centre de gravité, le centre de percussion se confond avec celui de gravité, puisque les moments des éléments des corps, qui sont de part & d'autre de ce centre, sont égaux (§. 172, 173); mais si le corps se meut autour d'un point fixe ou autour d'un axe, le centre de percussion se trouve dans ce cas différemment placé que le centre de gravité.

Notre objet est présentement de traiter seulement du choc des corps, qui se meuvent parallélement à eux mêmes ou qui décrivent une trajectoire, il ne sera pas nécessaire d'ajouter d'autres regles, pour trouver dans ce cas le centre de percussion, parce qu'il suffit de celles données dans la statique pour déterminer le centre de gravité.

349. Si l'on considere toute la matiere d'un corps réunie à son centre de gravité, & qu'on
Pl. 9. F. 44 suppose que A D désigne la direction du corps D en mouvement, & B G indique la surface plane du corps frappé B G F, si A D est perpendiculaire à la surface B G, le choc se nomme *direct*; mais si A D est incliné à cette surface, on dira que le choc est *oblique*.

On nomme *angle d'incidence*, l'angle A D B, formé par la direction du corps en mouvement, & par la surface frappée.

350. Si on fait enfuite attention à la figure des corps, qui fe choquent, on en déterminera l'angle d'incidence de la maniere fuivante :

Suppofons, que le corps H G, mû par la pefanteur, foit une fphere de matiere homogene, fon centre de percuffion F fe confondra avec celui de gravité & de figure (§. 348), d'où la ligne de direction, dans laquelle cette fphere fe meut, paffera par fon centre F. Donc fi ce corps choque un obftacle de fuperficie plane B G, le contact fe fera dans un feul point G, & la droite qui paffe par les points F, G, fera perpendiculaire à la furface frappée ; d'où il fuit, que fi cette droite indique auffi la direction, fur laquelle la fphere fe meut, fon choc fera direct, & fi la direction eft exprimée par la droite K F B, fon choc fera oblique, & F B G fera l'angle d'incidence dans lequel la fphere choque en G le plan B G. Pl. 9. F. 45

351. Si enfuite la furface frappée eft curviligne, comme A G D, le contact fe fera dans un feul point G, ayant tiré par le point G la tangente B G à la courbe A G D; fi F G indique la direction, dans laquelle la fphere choque la furface A G D, le choc fera direct : mais fi la droite F K B marque la direction du mouvement de la fphere au moment de fon choc contre l'obftacle A G D, le choc fera oblique, & l'angle d'incidence fera exprimé par F G B.

On pourra déterminer par de ſemblables opérations les chocs directs & obliques des corps de différentes figures.

352. Comme on a déjà démontré, que la force d'un corps en mouvement = *m u*, ſe meſure par le produit de ſa maſſe = *m* par ſa viteſſe = *u*, il ſuit, que ſi le corps F, choque directement l'obſtacle D G A, la force, avec laquelle ce corps agira contre l'obſtacle, ſera exprimée par *m u*; mais ſi le choc eſt oblique, comme F B, il ſuffit de conſidérer dans ce cas la force *m u* exprimée par la droite F B, & que cette force ſe réſout en deux F G, G B, dont la ſeule F G agit contre l'obſtacle dans la direction F G : parce que la direction de l'autre force G B étant parallele à la ſurface frappée, ne peut avoir d'action contre l'obſtacle.

On dira donc, que dans le choc oblique, le ſinus total eſt au ſinus droit de l'angle d'incidence F B G, comme la force entiere *m u* eſt à la force, avec laquelle le corps choque dans la direction oblique ; cette force ſera donc exprimée par $\frac{m u \times \text{ſin. } FBG}{\text{ſin. tot.}}$.

353. On déduit du paragraphe précédent, que l'obſtacle eſt frappé par le même corps avec une force moindre, à meſure que l'angle d'incidence diminue; delà vient que les boulets de canon chaſſés avec une grande viteſſe, & capables de renverſer

renverser les obstacles d'une grande solidité, ne peuvent plus détruire les murailles d'une résistance médiocre, lorsqu'ils sont tirés très-obliquement contre ces murs, & que les bombes de gros calibres, qui se meuvent avec une grande vitesse font très-peu d'effet contre les voûtes des bâtiments militaires, lorsqu'elles les choquent dans des directions très-obliques.

354. Pour déterminer la force, avec laquelle les projectiles de l'artillerie choquent un but, il suffira de trouver la direction & la vitesse composée, avec laquelle ils parviennent à rencontrer le but (§. 343), & observant ensuite l'angle d'incidence, on opérera d'après le paragraphe précédent.

On pourra aussi comparer par cette expérience les forces, avec lesquelles un but est choqué par les projectiles de différents poids chassés avec des vitesses initiales différentes, & avec des degrés d'élévation différents.

355. On pourra de même, en combinant les regles données avec la théorie des chapitres précédents, résoudre différents problêmes de balistique de la seconde espece. Trouver, par exemple, la direction AD, dans laquelle on doit tirer une Pl. 9. F. 46
piece d'artillerie de l'endroit A, afin que le projectile frappe avec sa force entiere le plan BFH, qui forme avec l'horizontale AB l'angle connu

A B F, ſuppoſant que le but ſoit ſuffiſamment proche de l'endroit A de la batterie.

On trouvera, en réſolvant ce problême, que l'angle D A B doit diminuer à meſure que l'angle A B F augmente, & au contraire. C'eſt pourquoi ſi le plan F B H marque une muraille un peu inclinée, telles que ſont celles des quartiers & magazins, & les murs d'enceinte d'une fortereſſe & autres ſemblables, il faudra, pour frapper le but avec la plus grande force, que l'angle D A B ſoit très-petit.

Mais ſi ce plan indique la maçonnerie de la voûte d'un bâtiment militaire, comme dans ce cas l'angle A B F eſt très-petit, ainſi il faudra que l'angle D A B ſoit très-grand.

La majeure partie des praticiens croit que les voûtes des magazins, des quartiers &c. ſont plus facilement enfoncées par les bombes chaſſées ſous de grandes élévations, parce que, diſent-ils, la bombe acquiert la plus grande force dans les grandes élévations; mais on connoîtra bientôt la fauſſeté de leurs idées, lorſqu'on fera attention à la maniere, avec laquelle on obtient la plus grande viteſſe compoſée L B, & à la direction, ſelon laquelle elle agit contre le plan F B H (§. 343); parce que, quoiqu'il ſoit vrai, que la viteſſe ſimple M B, produite par la ſeule peſanteur, croît dans les plus grandes élévations, il ne s'enſuit pas de-

là, que la viteſſe composée B L augmente auſſi ; puisque ſous ces grandes élévations la viteſſe du mouvement retardé L M diminue, ainſi que l'angle L B M, qui donne la moindre viteſſe composée L B. Donc ſi pour enfoncer les voûtes, il eſt néceſſaire de tirer dans certains cas ſous de grandes élévations, cela ne vient que du ſeul motif d'éviter le choc oblique.

356. On a ſuppoſé dans le choc des corps, dont nous avons parlé juſqu'à préſent, que l'un d'eux eſt en repos. Mais il arrive encore, que deux corps ſe choquent, tous les deux en mouvement, ce qui ſe fait de deux manieres. Pl. F. 47

1°. Quand deux corps vont à la rencontre l'un de l'autre.

2°. Quand deux corps ſe meuvent du même côté.

Si deux corps ſe meuvent dans le premier cas, ſuivant la même direction, le choc eſt direct & abſolu. D'où il arrive, que deux corps ſe choquent réciproquement avec leur force entiere, & ainſi chacun d'eux fait les fonctions d'actif & de paſſif.

Si enſuite deux corps A, F, ſe meuvent dans le ſecond cas & dans la même direction de A vers K, pour ſe choquer, il faudra que le corps F, qui precede l'autre, ſe mette en mouvement avec la viteſſe $= u$, moindre que la viteſſe $= V$ du corps A.

Le mouvement de ces deux corps eſt relatif dans ces circonſtances (§. 236); c'eſt pourquoi le choc arrive comme ſi F étoit en repos & que A vînt à ſe mouvoir avec la viteſſe V − *u*. Donc la force avec laquelle A choque F, s'exprime par $A \times \overline{V-u}$.

357. Si deux corps A, F, qui ſe meuvent vers D, & dans des directions AD, FD, ſe rencontrent
Pl. 9. F. 48 obliquement en D, & qu'il s'agiſſe de déterminer la force, avec laquelle ils ſe choquent alternativement, ſuppoſant que les droites AD, FD, expriment non ſeulement les directions, mais encore la quantité de mouvement des corps reſpectifs; on décrit à volonté autour de la diagonale AD un parallélogramme ABCD, & ſi ſur le prolongement de BD, & dans l'angle CDH, on décrit autour de la diagonale FD, le parallélogramme FGDH, nous aurons la force AD décompoſée en deux forces AB, BD, & la force FD, dans les forces FH, HD; mais les forces FH, HD étant paralleles entr'elles, ne peuvent concourir pour rien au choc; donc il reſtera les deux forces BD, HD, avec leſquelles les deux corps ſe choqueront, c'eſt-à-dire, que le choc ſe fera comme ſi les deux corps venoient à la rencontre l'un de l'autre dans la direction BDH, & que chacun d'eux eût reſpectivement la force exprimée par les droites BD, HD.

358. Paſſons à l'examen des effets produits par le choc des corps. Il convient pour cela de mettre en avant les notions ſuivantes comme axiomes:

1°. La quantité de mouvement d'un corps n'eſt changée d'aucune maniere, lorsqu'il choque un autre corps ; mais reſte toujours la même.

2°. La quantité de mouvement, qui réſulte de la ſomme de deux mouvements directs du même côté, & la différence de deux mouvements, qui ſe ſuccedent en ſens oppoſé, n'eſt altérée en aucune maniere par l'action des corps qui ſe choquent; mais elle reſte la même.

3°. Il arrive ſouvent dans le choc des corps, que le choquant communique & transporte au corps choqué tout ſon mouvement, ou en partie au moment du choc.

4°. Lorsque les corps, qui ſe choquent, ſont flexibles, il arrive toujours un changement de figure à l'endroit du choc, & la différence qui ſe rencontre dans ce phénomene, c'eſt que les corps mols changent de figure après le choc: mais s'ils ſont parfaitement élaſtiques, à peine l'action du choc eſt-elle finie, qu'ils reprennent leur premiere figure avec une égale viteſſe.

359. Commençons par les loix des corps mols, qui ſe choquent en liberté.

Soit en premier lieu la maſſe $= m$, qui ſe mou-

vant avec la viteſſe $= u$, choque le corps en repos, dont la maſſe $= n$; ces deux corps, après le choc, ſe mettront enſemble en mouvement, comme s'il n'y en avoit qu'un ſeul $m + n$, & avec la viteſſe $x = \frac{mu}{m+n}$: car comme on a toujours après le choc la même quantité de mouvement (§. 358, n. 1), ainſi on aura néceſſairement $x \times \overline{m+n} = mu$, & delà on aura $x = \frac{mu}{m+n}$.

360. Si on ſuppoſe en ſecond lieu, que le corps $= m$, qui ſe meut avec la viteſſe $= u$, choque le corps $= n$, qui ſe meut dans la même direction & du même côté avec la viteſſe $= y$ néceſſairement moindre que u, les deux corps ſuivront le même mouvement après le choc, comme s'il n'y avoit qu'un ſeul corps $m + n$, & continueront leur mouvement du même côté avec la viteſſe $x = \frac{mu+ny}{m+n}$, parce que $mu + ny$ étant la quantité de mouvement avant le choc, elle devra être encore la même après le choc (§. 358, n. 2); d'où l'on aura $\overline{m + n} \times x = mu + ny$, & delà $x = \frac{mu+ny}{m+n}$.

361. Si deux corps m, n, viennent en troiſieme lieu à la rencontre l'un de l'autre dans la même direction & avec les viteſſes u, y, ils ſe choqueront réciproquement (§. 356), & ſe mettant enſemble en mouvement après le choc, comme s'il

n'y avoit qu'un feul corps $m + n$, ils iront du même côté que le corps, qui avoit la plus grande quantité de mouvement, & la viteffe de chaque corps $= x$, fera après le choc $x = \frac{mu - ny}{m + n}$, puisque la quantité de mouvement avant le choc étoit $mu - ny$.

Si $mu > ny$, la viteffe x, fera pofitive, fi $mu < ny$, cette viteffe fera négative; mais fi $mu = ny$, on aura dans ce cas $x = \frac{o}{m+n}$, c'eft-à-dire, que le mouvement ceffera, & les deux corps refteront en repos après le choc.

362. Quoiqu'on fuppofe dans les formules des §. 350, 360, 361, que les corps, qui fe choquent, ont entr'eux une proportion finie, & font libres tous les deux, on pourra néanmoins appliquer les mêmes formules au cas qu'un des corps foit fixe, ou que, s'ils font libres tous les deux, la proportion foit infinie entr'eux. Si, par exemple, dans la formule $x = \frac{mu}{m+n}$, on fuppofe, que le corps n foit infiniment grand, eu égard au corps m, la viteffe x deviendra infiniment petite, d'où le mouvement des deux corps deviendra infenfible après le choc,

Si au contraire le corps n eft infiniment petit relativement à l'autre, la viteffe x deviendra fenfiblement égale à la viteffe u du corps m, c'eft-à-dire, que fi un grand corps choque un atome

ou autre corps très-petit, sa vitesse $= u$, n'en est pas sensiblement diminuée.

Si ensuite deux corps ont une proportion fixée, mais que le corps *n* reste invariablement fixe dans quelque endroit, le mouvement du corps *m* cessera dans ce cas après le choc, parce que la résistance insurmontable du corps *n* fait le même effet, comme s'il étoit infiniment grand; & la vitesse *x*, infiniment petite, qui en résulte en pareil cas, se réduit à un tremblement, qui a coutume d'être excité dans le corps fixe *n*.

363. Tout ce qui a été dit des corps mols dans les paragraphes précédents, doit s'appliquer précisément au choc des corps durs, & à celui des corps durs avec les corps mols, il ne s'y trouve de différence, si ce n'est que dans le choc des corps mols & dans celui des corps durs avec les mols, il y a un changement de figure dans le corps mol, qui développe les traces de la succession du choc, aulieu que dans le choc des corps durs il ne s'y manifeste aucun changement de figure. Cependant comme nous ne connoissons point encore dans la nature de corps composé absolument dur, on voit qu'il doit toujours y avoir dans le choc des grands corps quelque changement de figure à l'endroit du choc, ce qui sera plus ou moins sensible, à mesure que le corps s'éloignera de la dureté absolue.

364. Lorsque les corps élastiques doués d'une élasticité presque parfaite, tels que l'acier, l'ivoire &c. se choquent, ils changent aussi de figure à l'endroit du choc; mais l'élasticité des parties applaties les renvoie à leur premier état avec la même vitesse, avec laquelle elles ont été pliées: delà vient que quoique les loix du choc décrites pour les corps mols soient aussi les mêmes pour les corps élastiques, on voit néanmoins après le choc une grande différence dans les résultats, à cause que les effets du choc se mêlent & se confondent avec ceux qui viennent de l'action réciproque de deux corps l'un contre l'autre, pour reprendre leur premiere figure: examinons cette combinaison d'effets.

Si le corps, dont la masse $= m$, se mouvant de A vers B, avec la vitesse $= u$, frappe le corps en repos $= n$, il arrive que sur la fin de l'applatissement des parties des deux corps, chacun d'eux a la vitesse $\frac{m u}{m+n}$, & ils cheminent ensemble vers B (§. 359); mais parce que les parties applaties retournent aussitôt à leur premier état avec la même vitesse, qui les a pliées (§. 358, n. 4), il arrive que les parties applaties du corps n, en reprenant leur premiere place, se meuvent vers A, en s'appuyant contre le corps m. Comme ce corps a cheminé vers B avec sa quantité de mouvement, il fait obstacle au mouvement de ces parties. Il naît de ce contraste une somme de pres- Pl. 9. F. 49

fions, qui agiffent contre le corps n de A vèrs B, qui communiquent à ce corps une autre viteffe $= \frac{mu}{m+n}$, & delà le corps n fe meut vers B, après avoir repris fa premiere figure avec la viteffe $= \frac{2mu}{m+n}$.

La réaction égale que le corps m foutient de B vers A, lorsque fes parties applaties retournent à leur premier état, eft caufe que ce corps eft repouffé vers A avec la viteffe $\frac{nu}{m+n}$, qui eft à la viteffe $\frac{mu}{m+n}$, dans la raifon réciproque des maffes m, n. Otant donc cette viteffe de celle qui refte à la fin de l'applatiffement des parties $\frac{mu}{m+n}$, on aura $\frac{mu-nu}{m+n}$, pour la viteffe du corps m, après que fes parties feront retournées à leur premiere place.

365. Il ne fera pas difficile, d'après ce qui a déjà été expliqué, de conftruire les formules pour les deux autres cas du choc des corps élaftiques, c'eft-à-dire, quand les corps fe meuvent avant le choc tous les deux du même côté, & quand ils viennent à la rencontre l'un de l'autre. Nous nous réduirons donc à quelques réflexions fur les formules données (§. 362, 364).

Si on compare les formules $\frac{mu}{m+n}$ (§. 362), $\frac{2mu}{m+n}$ (§. 364), qui expriment chacune la viteffe acquife après le choc du corps choqué n, on voit que la

viteſſe communiquée aux corps élaſtiques par la même force *m u*, eſt double de celle qui ſe communique aux corps mols & aux corps durs. Cela fait voir, qu'on doit dans les bâtiments militaires préférer les matériaux durs & non élaſtiques à ceux qui étant également durs, ſont enſuite élaſtiques; parce que la dureté rend le mur moins pénétrable aux projectiles de l'artillerie. Et quand le mur n'eſt point élaſtique, il arrive que les ſecouſſes, qui lézardent le mur & ſéparent les pierres, ne ſont que la moitié de celles qui ſont communiquées à un mur élaſtique.

Si l'on fait attention à la formule $\frac{2mu}{m+n}$, on apperçoit que quelque grande que ſoit la maſſe m du corps choquant, la viteſſe que le corps choqué n acquiert, ne peut jamais être double de u; cela fait voir, que pour communiquer une grande viteſſe à un corps libre par la percuſſion, il ne ſuffit pas que la maſſe du choquant ſoit grande; mais il eſt ſurtout néceſſaire qu'elle ait encore une grande viteſſe.

366. Examinant enſuite la formule de la viteſſe, qui reſte au corps choquant après le choc $\frac{mu-nu}{m+n}$ (§. 364), on a:

1°. Si $m=n$, la viteſſe du corps m, ſera zero, c'eſt-à-dire, que le corps m reſtera en repos après le choc.

2°. Si $m>n$, la viteſſe $\frac{mu-nu}{m+n}$ ſera une quanti-

té positive, & ainsi le corps *m* continuera à avancer de A vers B après le choc.

3°. Si $m < n$, la vitesse $\frac{mu - nu}{m+n}$ sera une quantité négative, & ainsi le corps *m* reculera après le choc, en rétrogradant vers A.

Si dans cette derniere supposition le corps frappé *n* est infiniment petit, relativement au corps *m*, ou bien si *n* est fixé solidement, les limites *m*, & *m u* deviendront infiniment petits, d'où ils disparoîtront de la formule $\frac{mu - nu}{m+n}$, qui deviendra $-\frac{nu}{n} = -u$, c'est-à-dire, que quand dans les corps parfaitement élastiques le corps frappé est infiniment grand, ou est solidement fixé, le corps choquant *m* rétrograde après le choc avec la vitesse *u*, avec laquelle il a choqué.

367. On nomme angle de réflexion, l'angle
Pl. 9. F. 50. F D C, formé par la direction D F, dans laquelle le corps élastique D recule, après avoir choqué l'obstacle B D C dans la direction A D.

L'angle de réflexion F D C dans les corps parfaitement élastiques est égale à celui d'incidence A D B.

368. On a traité seulement du choc direct depuis le paragraphe 358 jusqu'à celui-ci; mais quand le choc se fait dans une direction oblique, soit que les deux corps ou un seul soient en mouvement, la direction de chaque corps après

le choc change toujours en pareil cas. Nous ne nous arrêterons pas à examiner les particularités du choc oblique dans les différentes qualités des corps, il suffira de faire observer, que si un corps libre est choqué dans une direction, qui ne passe pas par son centre de gravité, il reçoit deux mouvements différents. L'un d'eux est le mouvement de transport, par lequel le corps s'éloigne de l'endroit, où il a été frappé, l'autre mouvement est celui de rotation, qui fait tourner le corps autour d'un point. Entre les différents cas, que présente ce phénomene, le plus singulier, que l'on puisse voir, est lorsque sur le tapis d'un jeu de billard on frappe à plomb, avec le tranchant de la main, un bille vers la quatrieme partie environ de son diametre, puisque la bille s'éloigne après le choc par un mouvement, qui la transporte au-delà du lieu où elle a été frappée, & après s'en être éloignée pendant un certain trajet, elle rétrograde & retourne vers le lieu de son départ, en vertu du mouvement de rotation.

369. Nous n'avons considéré jusqu'à présent dans les effets du choc, que le seul mouvement, comme l'unique objet de notre examen; mais il arrive dans bien des cas, que le mouvement, que l'on veut communiquer à un corps, est le moyen indispensable d'obtenir un autre effet: il arrive, par exemple, qu'on emploie le choc, pour

clouer ou applanir quelque corps, il ne suffit pas en pareil cas, que le corps, qui frappe, ait la quantité de mouvement déterminée, que l'on exige pour l'effet cherché; mais il est encore nécessaire que sa masse soit combinée avec sa vitesse dans une telle proportion, que l'on obtienne cet effet dans le moindre tems possible, sans cependant rompre, fendre ou détruire le corps passif.

Les architectes sont souvent dans le cas de faire planter de gros & longs pilots pour bâtir dessus, ou pour construire des digues ou choses semblables; si la masse de bois, qui frappe le pilot dans cette opération, est très-petite, elle manque de force pour le chasser, & si on emploie une grande vitesse pour faire mouvoir la masse, elle fendra la tête du pilot, & quelquefois aussi le rompra transversalement sur sa longueur. Mais si on produit la même quantité de mouvement capable de rompre le pilot, en employant une grande masse, qui frappe avec une vitesse moindre, alors le pilot pénétrera en terre, sans se rompre ni se fendre. Si on emploie les marteaux de fer ordinaires du poids de 25 ou 30 livres, & mûs avec une grande vitesse, pour clouer des pivôts de fer dans les arbres des grandes roues de moulins, ou d'autres machines semblables, la tête du pivot s'écrase & se fend sans s'enfoncer dans l'arbre, aulieu, que si on emploie une masse de grand

poids, comme par exemple de 500 livres, quoique la quantité de mouvement, qui frappe la tête du pivot soit la même, néanmoins le pivot se logera dans l'arbre sans se déformer, & l'arbre reculera, s'il n'est fortement arrêté.

Les forgeurs, les batteurs d'or, & autres semblables ouvriers, qui applanissent & raffinent les métaux, ont l'attention d'employer des marteaux pesants, qu'ils remuent avec peu de vitesse; parce que s'ils employoient des marteaux légers, mûs avec une grande vitesse, les parties du métal frappées se sépareroient à l'endroit du choc, & aulieu d'applanir ces corps, ou de leur faire subir d'autres manipulations, ils se romperoient.

370. Les effets, que l'on veut obtenir des projectiles de l'artillerie, sont la destruction des buts.

Pour avoir ces effets dans le moindre nombre de coups possibles, il ne suffit pas que chaque projectile ait cette quantité déterminée de mouvement, que l'on exige pour séparer & déplacer les parties constantes constituantes des buts qu'il frappe; mais il est encore nécessaire de combiner la proportion entre la masse & la vitesse du projectile, & de faire attention à l'épaisseur du corps frappé, prise dans la direction du choc. Par exemple, si l'on emploie des boulets de 32 livres, qui choquent avec la vitesse de 800 pieds, pour renverser une muraille isolée & légerement bâtie de

briques, avec la précision convenable, on verra les boulets percer la muraille, sans l'ébranler ni faire de crevasses, & on sera obligé de tirer beaucoup pour la jetter bas; aulieu que si on emploie un belier pesant, qui choque avec une telle vitesse, que sa quantité de mouvement soit égale à celle du boulet ci-dessus, on verra la muraille abattue par le belier dans un nombre de coups bien moins considérable. Mais si on emploie le même belier & les mêmes boulets avec la même quantité de mouvement contre une muraille de même qualité & d'une grande épaisseur, on s'appercevra, que les coups de belier deviennent infructueux, que les boulets font des trous profonds, & qu'ils ne commenceront à démolir une partie du mur qu'après un certain nombre de coups.

Finalement, si des boulets de 32 livres viennent à choquer avec une vitesse sensiblement moindre que 800 pieds, ses effets contre une muraille de grande épaisseur paroîtront encore plus petits, & la muraille n'en sera pas plus abattue ni lézardée, que si elle étoit choquée par les boulets avec une très-petite vitesse.

371. Pour connoître d'où vient la différence des effets ci-dessus, on nomme m la masse du boulet, u sa vitesse, mf la masse du belier, n la masse de la muraille frappée. Supposons, par exemple, que tous ces corps soient durs. On observe

ſerve que la viteſſe ou le tremblement, que le belier communique au mur, eſt exprimé par $\frac{mu}{mf+n}$ (§. 362), d'où il s'enſuit, que cette viteſſe ſera grande dans un mur mince, & diminuera à meſure que la valeur de n, qu'on ſuppoſe croître en proportion de l'épaiſſeur du mur, augmentera; & comme il faut une force déterminée, pour plier, rompre & déſunir les particules conſtituantes d'un corps, & pour le déplacer, ainſi on apperçoit, comment la viteſſe, qui a ſuffi à démolir un mur de peu d'épaiſſeur, ou à en déſunir les parties d'une autre maniere, devient inſuffiſante pour pareil effet, lorſque cette viteſſe eſt réduite à un certain point par la plus grande épaiſſeur du mur.

372. Quant aux boulets de canon, il eſt à propos d'obſerver, que, quand leur viteſſe eſt grande, ils détachent ſeulement les parties des murs de peu d'épaiſſeur qu'ils choquent, ſans, pour ainſi dire, leur donner le tems de communiquer le mouvement aux parties non choquées, & dont elles ſont détachées. Un boulet de canon, qui ſe meut avec une grande viteſſe, perce dans ſon choc direct une planche mince ſuſpendue à une corde, ſans preſque la faire mouvoir, quoiqu'elle ſoit dans ces circonſtances très mobile. Une balle de fuſil, qui frappe directement un carreau de vitre avec une grande viteſſe, le perce ſans le fendre, malgré la grande fragilité du verre. Mais

quand l'épaiſſeur du but augmente, on commence à y remarquer des ſecouſſes, des fentes & autres ſéparations, quoique hors de l'endroit choqué, & ces effets augmentent en raiſon de l'épaiſſeur, de maniere que, quand elle s'eſt accrue au point que le but ne puiſſe plus être percé d'outre en outre par la balle, alors les fentes & autres ſemblables déſunions y paroiſſent très-grandes.

On obſerve en un mot d'après des faits ſi conſtants, que la maſſe frappée par le boulet dans les murailles minces, ne doit plus être exprimée par n; mais ſeulement par une portion de $\frac{n}{q}$, qui ou ne communique point de mouvement ſenſible à la ſéparation des parties reſtantes $n - \frac{n}{q}$, ou bien, ſi elle leur communique quelque mouvement, la viteſſe en eſt ſi petite, qu'elle eſt inſuffiſante pour produire une déſunion dans le reſte de la maſſe $n - \frac{n}{q}$: delà vient la néceſſité de multiplier les coups, pour détruire le reſtant du mur $n - \frac{n}{q}$, ſpécialement quand on ne pourra pas le ſapper au pied. Mais ſi l'épaiſſeur du mur commence à augmenter, comme dans ce cas la valeur de n, croît en proportion de la plus grande épaiſſeur, & que celle de q diminue dans le même tems au point d'égaliſer l'unité, quand le boulet ne perce plus le mur de part en part; alors la viteſſe $\frac{mu}{m+n}$ que le boulet communique au mur ou à ſes

parties frappées, fera plus grande que la viteffe $\frac{mu}{mf+n}$, que le belier communique au mur. C'eft pourquoi, tant que la viteffe $\frac{mu}{m+n}$ fera plus grande que celle que l'on exige pour féparer les parties conftituantes du mur, la balle s'y enfoncera, il y paroîtra auffi des fentes, & il fe détachechera des parties du mur à côté du trou, à mefure que la viteffe de la balle diminuera en s'enfonçant dans le but. Mais quand cette diminution fera arrivée au point que la viteffe $\frac{mu}{m+n}$, communiquée fucceffivement aux parties conftituantes du mur, fera au-deffous de celle que l'on exige pour féparer & rompre, alors l'effet de la balle fe réduira à un fimple tremblement, qu'elle excitera dans le mur.

La même formule $\frac{mu}{m+n}$ fait voir, que, fi après avoir augmenté l'épaiffeur de la muraille au point de n'être plus traverfée d'outre en outre par la balle, on ajoute encore à cette augmentation, la viteffe $\frac{mu}{m+n}$ diminuera encore dans ces circonftances; d'où il fuit, qu'il faudra un plus grand nombre de coups pour détruire le mur.

373. Il réfulte du paragraphe précédent:

1°. Que les buts de peu d'épaiffeur font plus aifés à détruire, en tirant l'artillerie avec des charges légeres & beaucoup au-deffous des charges

ordinaires de guerre, ou bien en tirant contre le but sous des directions obliques.

2°. Que les buts d'une grande épaisseur se détruisent plus vite, en tirant l'artillerie avec les charges qui communiquent la plus grande vitesse au boulet.

3°. Que le but reste impénétrable, lorsqu'il résiste beaucoup de sa nature, tels que les rochers de pierre vive, ou lorsque par la grande distance, à laquelle on tire l'artillerie, les boulets choquent avec une vitesse insuffisante pour produire des séparations; nous avons déjà remarqué ce cas dans le troisieme livre de l'*Architecture militaire*, comme étant d'une grande importance dans la fortification défensive.

374. Il a été démontré (§. 372), que quand le boulet a tant de force, que la vitesse, qu'il communique aux parties du but frappées, est capable de les séparer & de les déplacer, il s'y fait un trou plus ou moins profond, à mesure que la matiere, qui constitue le but, est plus ou moins résistante. Il reste à examiner à présent la proportion dans laquelle ces trous augmentent.

Pour établir une théorie simple sur les immersions des boulets dans un but pénétrable, il convient de supposer que le corps pénétré est homogene dans toutes ses parties, & privé d'une élasticité sensible. Dans cette supposition la résistan-

ce, que le corps frappé oppofe à chaque inftant, au boulet qui le pénetre, eft uniforme & conftante, comme les preffions de la pefanteur; il fuit delà, que fi on tire une arme contre un but, qui ait les qualités mentionnées, le boulet, en s'y introduifant, fe décidera à fe mouvoir d'un mouvement uniformément retardé, & fon immerfion entiere dans cette efpece de mouvement fera exprimée par l'efpace parcouru = S (§. 281), c'eft-à-dire, $S = \frac{u^2}{2p}$, dans laquelle formule u exprime la viteffe, avec laquelle le boulet choque le but, & p la réfiftance défignée, inftantanée & uniforme du but.

Si la réfiftance p d'un but égalifoit la preffion de la pefanteur exprimée par 19 pieds (§. 283), on auroit $S = \frac{u^2}{38}$; mais parce que la réfiftance eft plus grande dans les buts, contre lesquels on tire les armes à feu, fi on fuppofe que cette réfiftance contre la preffion de la pefanteur foit f, on aura $S = \frac{u^2}{38f}$, laquelle formule réfoute en analogie, donne $S : \frac{u^2}{38} :: 1 : f$, c'eft-à-dire, l'immerfion du boulet dans le but = S eft à l'efpace parcouru $= \frac{u^2}{38}$ dans le mouvement uniformément retardé de la pefanteur, comme la preffion de la pefanteur exprimée par l'unité eft à la réfiftance du but.

Pour rendre cette expreſſion générale, pour la faire ſervir aux boulets de tous calibres, pourvu qu'ils ſoient de la même matiere & également denſes, on nomme D le diametre d'un boulet, l'action de ſa peſanteur ſera proportionnelle au poids d'un ſolide de même matiere, qui a D^2 pour baſe, & $\frac{2}{3}$ D pour hauteur, $\frac{2}{3}$ D déſignant auſſi la preſſion inſtantanée de la peſanteur; ainſi la réſiſtance inſtantanée, que le but oppoſe au mouvement du boulet, ſera encore proportionnelle au poids d'un ſolide de même matiere que le boulet, lequel a pour baſe D^2, & pour hauteur le n°. f. Nous aurons donc $\frac{2}{3} D^3 : f D^2 :: \frac{2}{3} D : f :: 1 : f$; mais $1 : f :: S : \frac{u^2}{38}$, donc on aura $\frac{2}{3} D : f :: S : \frac{u^2}{38}$, & delà $\frac{D u^2}{57} = f S$, effaçant le nombre conſtant 57, on aura $D\, u^2 = f\, S$, formule générale pour trouver la proportion entre les immerſions des boulets de différents calibres dans le même but, & dans d'autres buts différemment réſiſtants. Cette formule ſe réduira à cette autre $D\, u^2 = S$, lorsqu'il s'agira de boulets tirés contre le même but.

375. Il réſulte donc de la formule générale $f\, S = D\, u^2$.

1°. Que les immerſions des boulets dans le même but ſont comme les diametres des boulets, quand les viteſſes ſont égales.

2°. Que la viteſſe changeant, les immerſions

des boulets de même calibre ſont dans la raiſon doublée des viteſſes.

3°. Que ſi les diametres ſont égaux, ainſi que les viteſſes, les immerſions dans les différents buts, ſeront dans la raiſon réciproque des réſiſtances. Ainſi on pourra retirer encore d'autres théorêmes de cette formule.

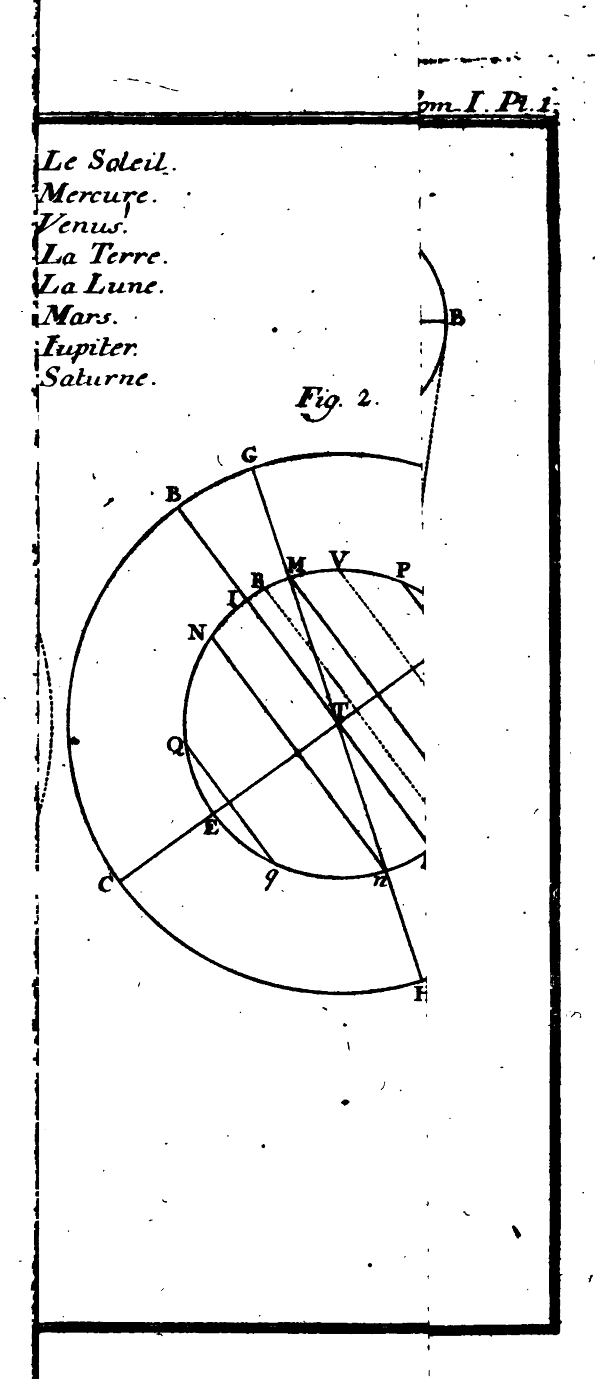
Si au moyen d'une expérience quelconque on connoît l'immerſion d'un boulet d'un diametre connu, qui ait choqué le but avec une viteſſe donnée, on pourra trouver par la formule les immerſions des boulets de différents calibres dans le même but, pourvu que leur viteſſe ſoit connue : & au contraire.

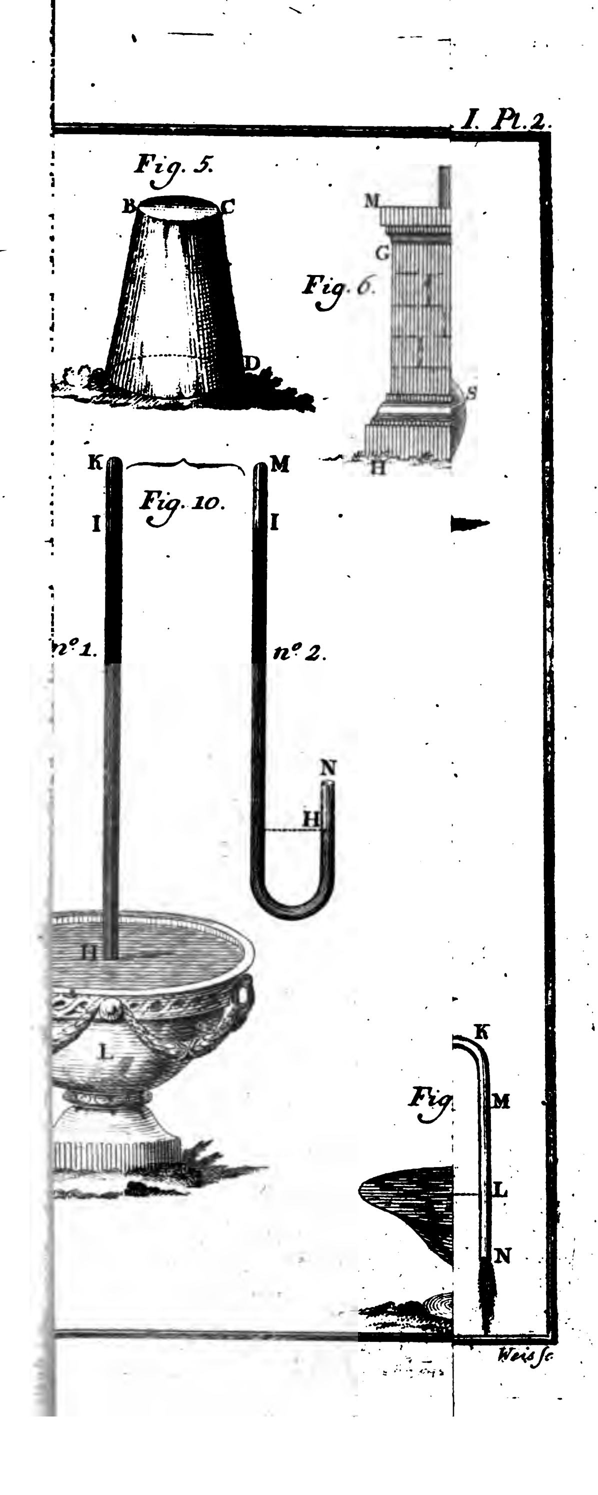
Par exemple, un boulet du calibre de deux livres a choqué un terre-plein avec la viteſſe de 900 pieds, il s'eſt enfoncé de 4 pieds, on cherche à quelle profondeur s'enfoncera dans le même terre-plein, un boulet de 64 livres, qui choque avec la viteſſe de 800 pieds.

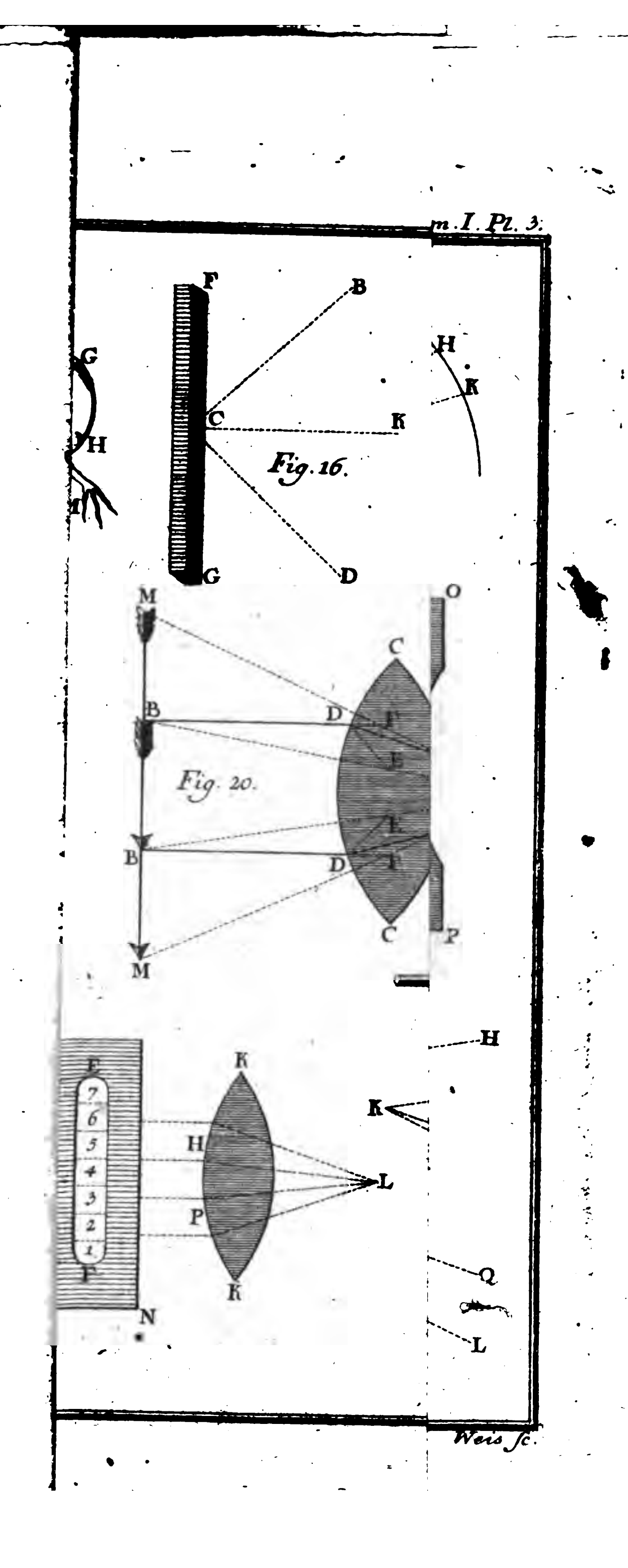
Par la géométrie les diametres des deux boulets, ſont comme $5 : 16$ environ, & parce que les viteſſes ſont comme $9 : 8$, les immerſions ſeront comme $5 \times 9 \times 9 : 16 \times 8 \times 8 = 405 : 1024$; mais l'immerſion du boulet de 2 livres étoit de quatre pieds, dont on aura $405 : 1024 : : 4 : \frac{4 \times 1024}{405} = 10\frac{1}{9}$ pieds pour l'immerſion cherchée du boulet de 64 livres.

376. On doit remarquer ici, que dans l'application de cette formule à la pratique, les résultats correspondent avec une approximation suffisante, lorsque le but est très-pénétrable, ou lorsque la différence des diametres des boulets n'est pas considérable. Mais comme dans le cas contraire le boulet, au commencement qu'il touche le but, jusqu'à ce qu'il soit enfoncé par moitié, augmente continuellement la surface du contact, que nous avons entr'autres exprimé dans la construction de la formule par la constante D^2, ainsi un tel effet devient sensible dans les circonstances spécifiées & altere la proportion des immersions. Si les projectiles de l'artillerie étoient de figure cylindrique & qu'ils vinssent toujours à choquer par leur base, les immersions corresponderoient à la formule dans toutes les circonstances, excepté quelques petites altérations produites par la considération, que la matiere du but oppose au corps, qui le pénetre un peu avant qu'il termine son mouvement; puisque tant que le mouvement est rapide, le corps, qui pénetre, brise & sépare les parties, de façon à ne laisser dans les murailles & les terre-pleins, aucune trace sensible de condensation.

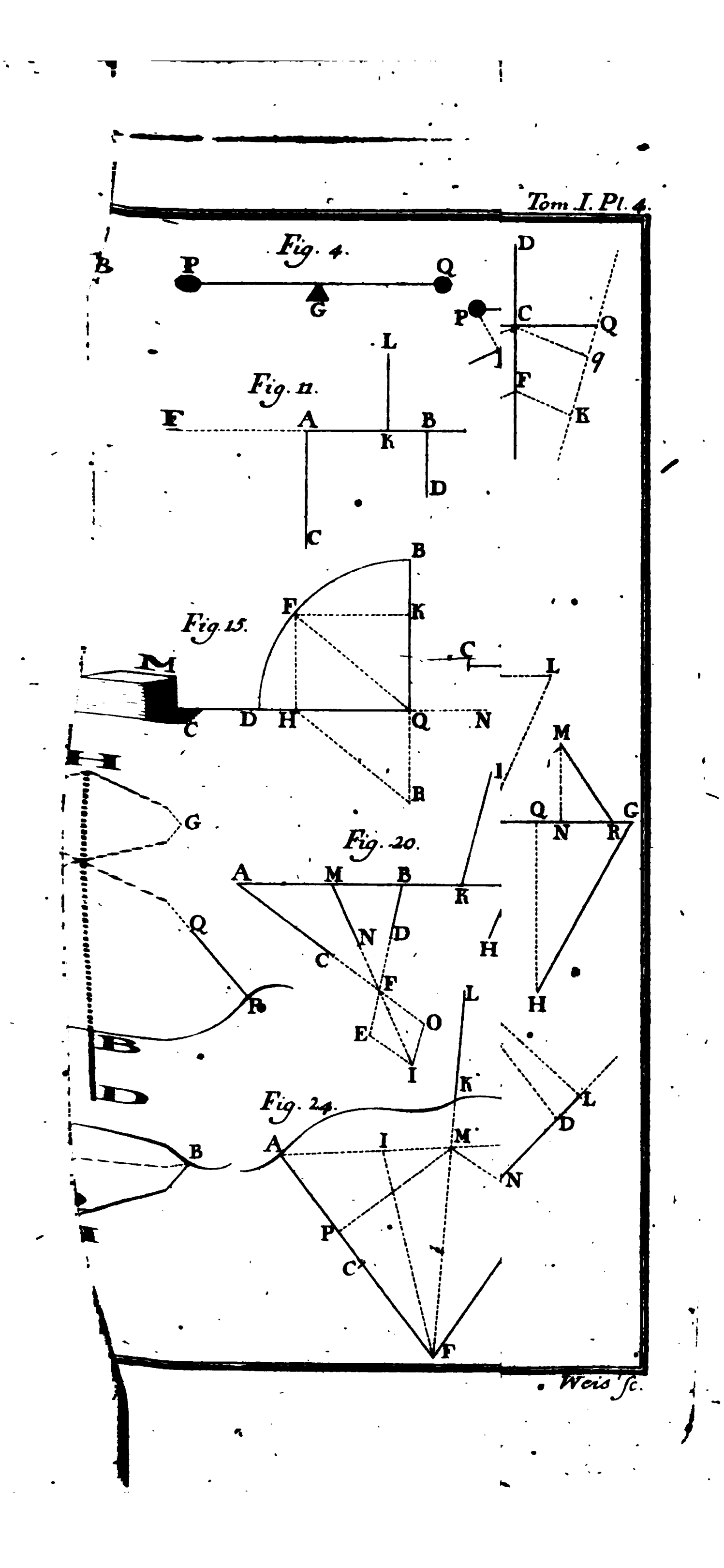


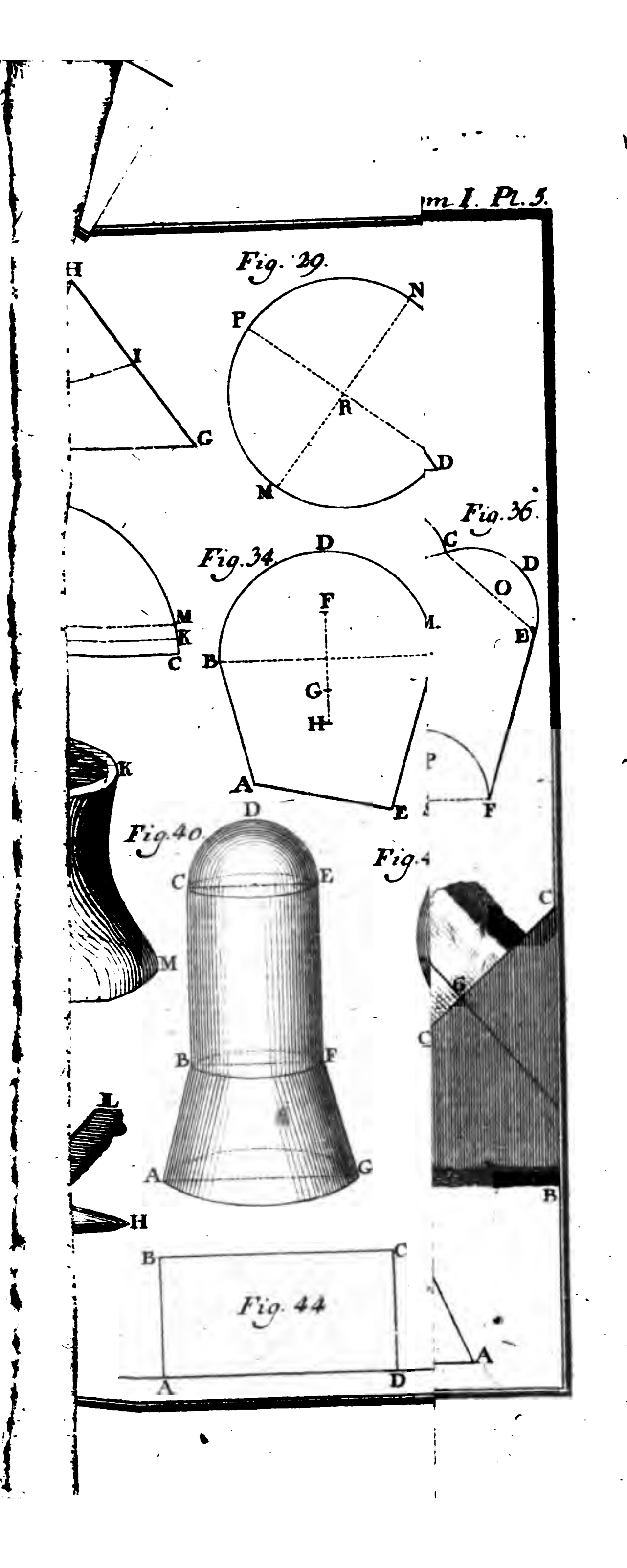

Le Soleil.
Mercure.
Venus.
La Terre.
La Lune.
Mars.
Iupiter.
Saturne.
Fig. 2.
G
B
M
V
P
R
L
N
T
Q
E
C
q
n
H
B

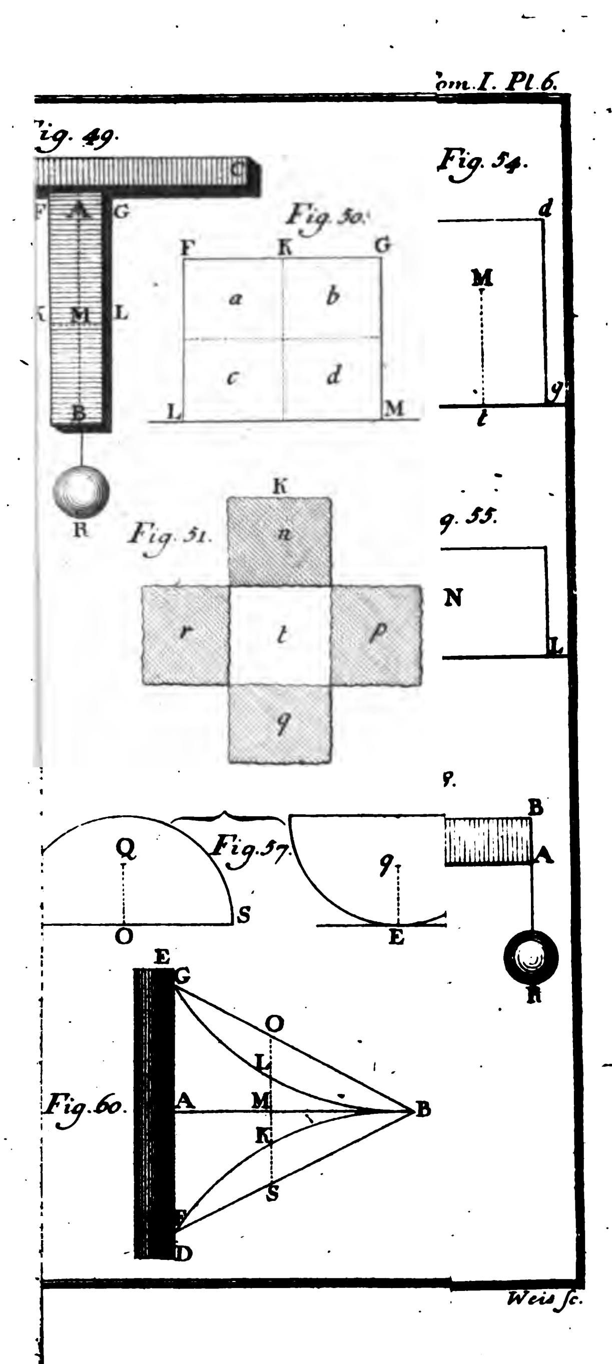

I. Pl. 2.
Fig. 5.
B
C
D
Fig. 6.
M
G
S
H
K
M
Fig. 10.
I
I
nº 1.
nº 2.
N
H
H
L
K
Fig.
M
L
N
Weis fc.

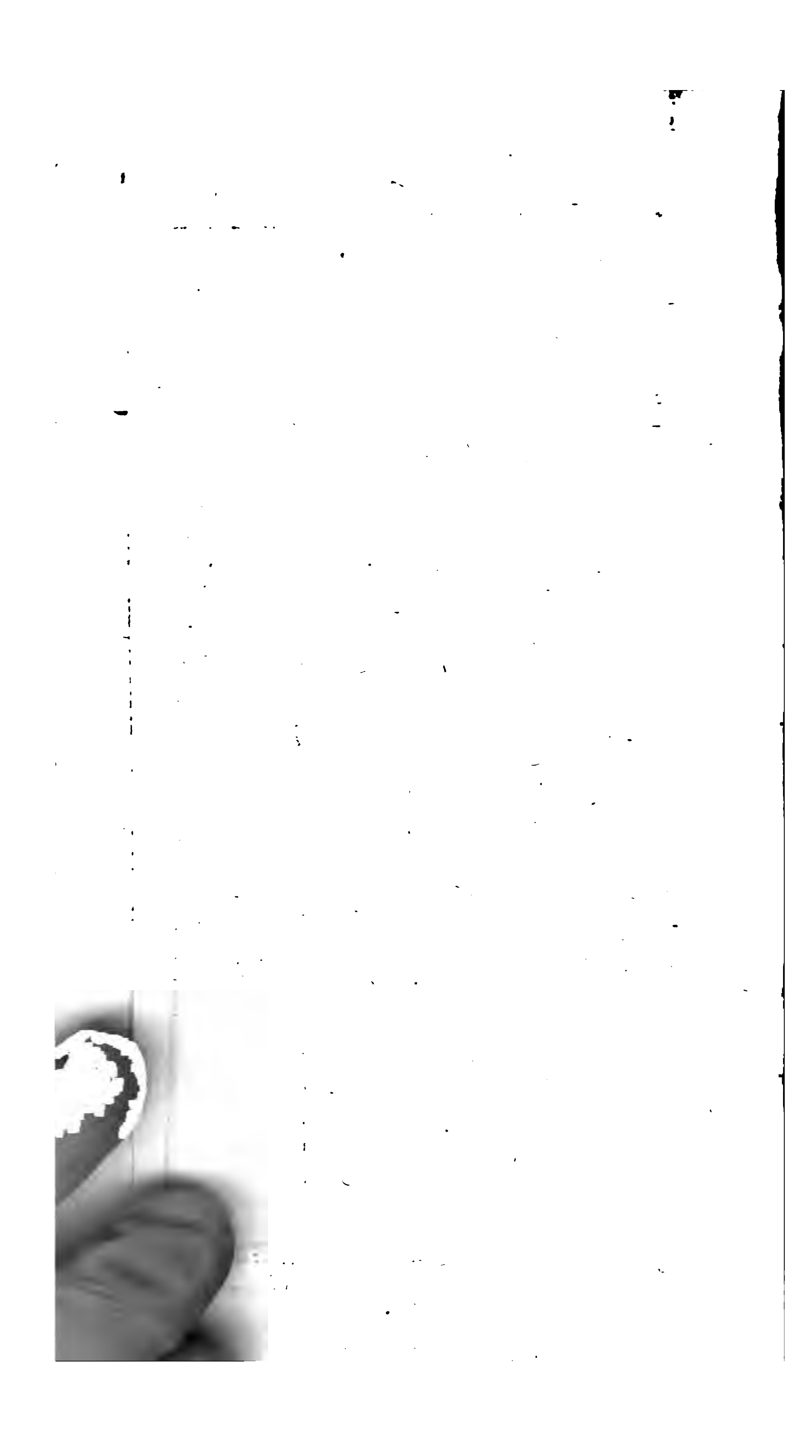

F
B
G
H
K
C
K
H
Fig. 16.
G
D
M
O
C
B
D
F
E
Fig. 20.
E
B
D
F
C
M
P
H
E
K
7
6
5
4
3
2
1
F
H
P
K
L
N
Q
L

Weis sc.


Fig. 4.
P
G
Q
Fig. 11.
E
A
K
B
L
D
C
Fig. 15.
F
K
B
D
H
Q
N
Fig. 20.
A
M
B
K
N
D
C
F
E
O
I
H
L
Fig. 24.
A
I
M
K
P
C
F
Q
G
N
R
Weis sc.


Fig. 29.
P
N
R
D
M
H
I
G
Fig. 34.
D
F
M
B
G
H
A
E
Fig. 36.
C
D
O
E
P
F
M
K
C
K
Fig. 40.
D
C
E
B
F
A
G
M
L
H
Fig. 4
C
G
C
B
B
C
Fig. 44
A
D
A


ig. 49.
C
F
A
G
M
L
B
R
Fig. 50.
F
K
G
a
b
c
d
L
M
Fig. 54.
d
M
q
t
Fig. 51.
K
n
r
t
p
q
g. 55.
N
L
Q
O
S
Fig. 57.
q
E
B
A
R
E
G
O
L
Fig. 60.
A
M
B
K
S
F
D
Weis sc.



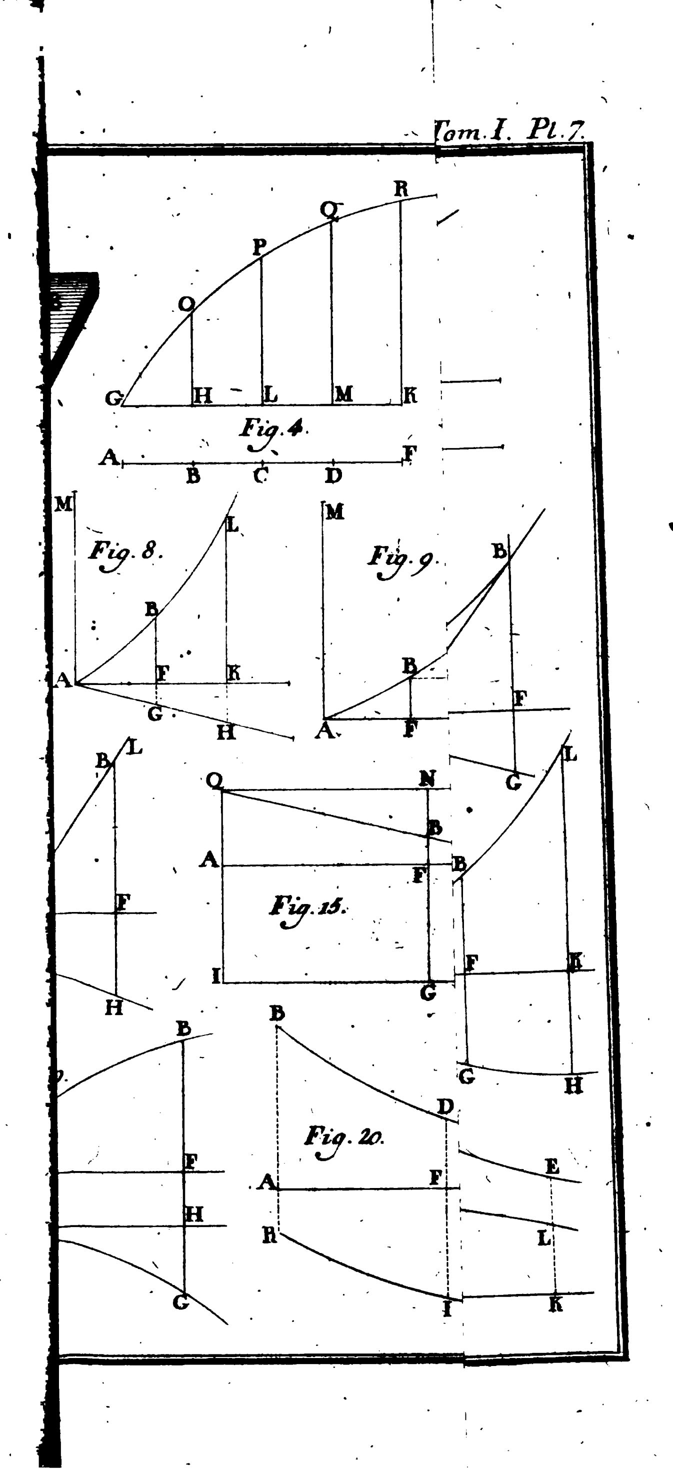

R
Q
P
O
G
H
L
M
K
Fig. 4.
A
B
C
D
F
M
L
Fig. 8.
B
A
F
K
G
H
M
Fig. 9.
B
B
A
F
F
G
B
L
F
H
O
N
B
A
B
F
Fig. 15.
I
G
L
F
K
G
H
B
B
D
Fig. 20.
F
H
G
A
F
R
I
E
L
K

Fig. 25.

Fig. 30.

Fig. 36.

Fig. 38.

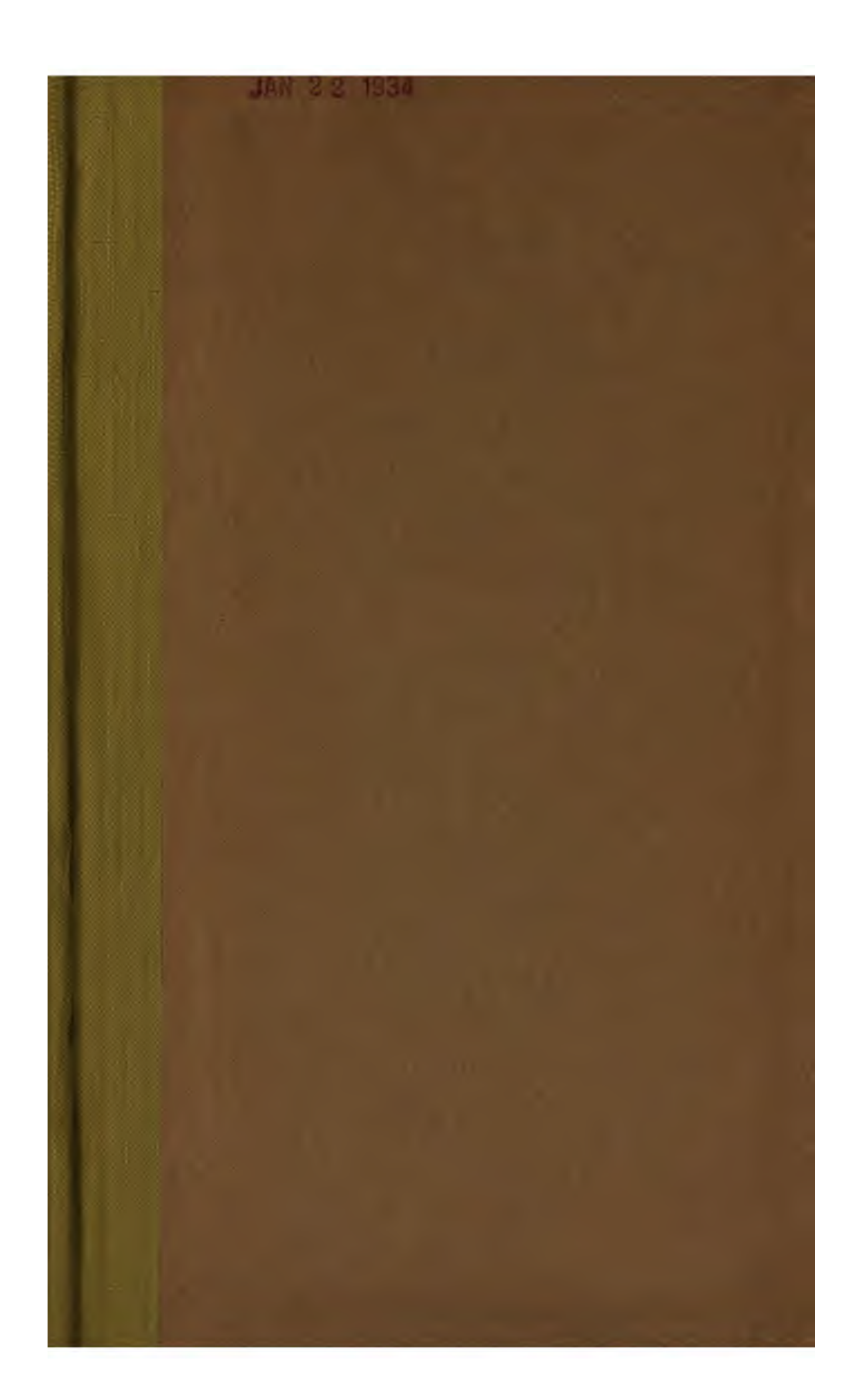
Fig. 37.

Fig. 40.




JAN 23 1934




JAN 22 1934

